

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROCESO PARA FABRICAR PALAS DE
HELICÓPTEROS**

DANIEL JOSÉ SALCEDO VALENCIA

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2014**

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROCESO PARA FABRICAR PALAS DE
HELICÓPTEROS**

DANIEL JOSÉ SALCEDO VALENCIA

Código: 200925283

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Mecánico

DIRECTOR:

ARLEX LEYTON

Ingeniero Mecánico

CO-DIRECTOR:

CÉSAR A. RODRÍGUEZ A.

Ingeniero de Materiales

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2014**

DEDICATORIA

Recorrer todo el trayecto ha sido posible gracias al empuje firme, seguro y desinteresado de aquéllos que tomaron la decisión de estar presentes, atentos y disponibles en cada momento. Por ello, haber terminado este trabajo satisfactoriamente, que significa haber culminado una etapa en la vida, es dedicado ellos: mi Familia. Su apoyo fue vital y perdurará plasmado intrínsecamente en estas páginas, en las cuales trasciende, ya que lo escrito se mantiene en el tiempo.

AGRADECIMIENTOS

A la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Valle, por facilitar el acceso y permitir el uso de: el espacio del Laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados, la máquina bobinadora de hilos, la máquina de ensayos dinámicos *HT-9711 Dynamic Testing Machine*, la resina epoxi, los rollos de hilo de fibra de carbono, y demás materiales para uso en el laboratorio como herramientas y elementos de protección personal, entre otros.

Al profesor Arlex Leyton Virgen, por haber guiado y supervisado el plan de trabajo y desarrollo del presente documento, sus aclaraciones concisas y precisas permitieron no desviarse del plan trazado y aprender a discernir entre los tantos caminos posibles los más eficientes.

Al ingeniero Cesar Augusto Rodríguez Adaime, por sus aportes en el conocimiento acerca de los materiales compuestos, su acompañamiento en cada avance ayudó a moldear el criterio necesario para que cada decisión a tomar estuviese justificada.

Al profesor Jairo Antonio Valdés Ortiz, por su inmensa colaboración y ayuda desinteresada en la comprensión de la mecánica del continuo.

A la ingeniera Gimena Bastidas Bonilla, por mantenerle presente al autor que cada avance logrado debe estar en función del cumplimiento de los objetivos.

Al ingeniero José Isidro García Melo, quien con sus críticas constructivas propuso mejoras en redacción para que el mensaje fuera más claro, y quien a su vez brindaba enseñanzas y consejos tanto para la vida profesional y laboral, como para el desarrollo personal íntegro y congruente.

Al ingeniero Carlos Manrique, por su colaboración con los implementos necesarios para los ensayos mecánicos.

Al ingeniero William Viveros, por su valiosa ayuda en el montaje experimental para los ensayos a flexión, quien con su amplia experiencia colaboró con el adecuado registro de datos.

Al técnico Noe Durán, por su disposición a colaborar suministrando las herramientas necesarias para los ensayos mecánicos.

A los técnicos y operarios del Laboratorio de Procesos de Manufactura, quienes estuvieron dispuestos a facilitar el uso de las máquinas-herramientas y soldadura implementadas para la preparación de accesorios del molde y las mordazas para ejecutar el ensayo a flexión.

Al compañero Sebastián Cano, quien colaboró ampliamente en la elaboración de las probetas para los ensayos mecánicos, brindando una valiosa ayuda para manipular los materiales compuestos.

Al compañero Esteban Popo Echeverry por su colaboración en el corte de la mordaza para el ensayo a flexión, realizado en el Centro de Mecanizado o máquina CAM

Al Laboratorio FabLab Cali, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Occidente, quienes facilitaron el uso de la máquina cortadora laser HSLC 1410, la cual se implementó para el corte de las piezas de MDF con la forma del perfil NACA 0012 que componen el molde.

A los anteriormente nombrados y a todas las personas, compañeros y amigos que tuvieron contacto o relación de uno u otro modo con el autor de este documento, quienes con su presencia colaboraron a que se pudiera siempre visualizar la iluminación que despiden un objetivo cumplido, sin importar ni qué tan oscuro se apreciara el camino ni qué tan arduo aparentase ser.

Muchas Gracias

CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN	11
1.1 PALA DE HELICÓPTERO	13
1.2 FIBRAS Y MATRIZ.....	14
1.3 BOBINADO DE FILAMENTOS	16
2. OBJETIVOS.....	19
2.1 OBJETIVO GENERAL	19
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
3. METODOLOGÍA	20
3.1 PLAN DE TRABAJO	21
4. RESULTADOS Y ANÁLISIS	22
4.1 DISEÑO DE LA PALA	22
4.1.1 Análisis de cargas	26
4.1.2 Determinación del número de capas	28
4.2 PROCESO DE MANUFACTURA.....	44
4.2.1 Agente desmoldante	44
4.2.2 Fabricación del molde	49
4.2.3 Diseño del material compuesto.....	50
4.2.4 Fabricación de la pala	53
4.2.5 Normatividad asociada al proceso	61
5. PRUEBAS DE CARACTERIZACIÓN	62
5.1 TRACCIÓN SOBRE UNA LÁMINA	62
5.2 FLEXIÓN SOBRE LA PALA.....	70
6. CONCLUSIONES	74
RECOMENDACIONES.....	75
BIBLIOGRAFÍA.....	76
ANEXOS.....	81
ANEXO A. Data Sheet de la fibra de carbono	81
ANEXO B. Data Sheet de la Resina y Endurecedor	82
ANEXO C. Constantes de ingeniería del laminado	83
ANEXO D. Código iterativo diseñado, implementado en MatLab	84

ANEXO E. Características de la pala por número de capas	94
ANEXO F. Características de la pala	98
ANEXO G. Valores calculados de deformaciones y esfuerzos	103
ANEXO H. Longitud requerida a diversos ángulos.....	105

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1.1 Estructura representativa de una pala.....	14
Figura 1.1.2 Partes de una pala de helicóptero en compuestos	14
Figura 1.2.1 Producción continua de fibra de carbono	15
Figura 1.3.1 Bobinado de filamentos	16
Figura 1.3.2 Tipos de bobinado	17
Figura 3.1.1 Diagrama de flujo del proceso de manufactura de palas de helicópteros.....	21
Figura 4.1.1 Peso máximo al despegue vs longitud de la pala	23
Figura 4.1.2 Definición de la geometría de la longitud de trabajo	24
Figura 4.1.3 Longitud de trabajo requerido a diversos ángulos de bobinado.....	25
Figura 4.1.4 Equilibrio alrededor del eje de aleteo	26
Figura 4.1.5 Laminado simétrico con capas idénticas y equidistantes	29
Figura 4.1.6 Esfuerzos en láminas Unidireccionales.....	30
Figura 4.1.7 Plano medio geométrico y eje neutro	33
Figura 4.1.8 Orden de apilamiento geométrico	35
Figura 4.1.9 Espesor (a) y número de capas del laminado (b) vs Deformación axial	38
Figura 4.1.10 Espesor (a) y capas del laminado (b) vs Módulo Elástico en x.....	39
Figura 4.1.11 Apilado de capas y ejes coordenados del sistema laminar $[(\pm 60)_{10}]_T$	41
Figura 4.1.12 Distribución de deformaciones en cada lámina en dirección X.....	42
Figura 4.1.13 Distribución de deformaciones longitudinales en dirección 1	43
Figura 4.1.14 Distribución de esfuerzos axiales en dirección X	43
Figura 4.2.1 Cuatro áreas para cuatro tratamientos.....	46
Figura 4.2.2 Resina curándose.....	47
Figura 4.2.3 Desmoldando	47
Figura 4.2.4 Agente desmoldante: papel aluminio	48
Figura 4.2.5 Agente desmoldante: cera y aluminio	48
Figura 4.2.6 Efecto de la cera desmoldante a) sin adherencia b) pandeo	49
Figura 4.2.7 MDF intacto	49
Figura 4.2.8 Perfil NACA 0012	50
Figura 4.2.9 Ensamblaje del molde	50
Figura 4.2.10 Ventana principal del Software.....	51
Figura 4.2.11 Sección de la pala (a) Geometría y (b) Cálculos.....	52
Figura 4.2.12 Máquina bobinadora de hilos	53
Figura 4.2.13 Variable de Entrada al software vs Posición del hilo	56
Figura 4.2.14 Pieza fabricada con un rollo a 182 pasadas.....	57
Figura 4.2.15 Desmolde de la pieza y Evidencia de la alta tensión del hilo	58
Figura 4.2.16 Generación de las capas ángulo a $\pm\theta$, vista del extremo del molde	58
Figura 4.2.17 Número de pasadas que generan una capa	59
Figura 4.2.18 Zonas defectuosas de la matriz de la Preliminar II.....	59
Figura 4.2.19 Vistas de la pala Prototipo luego de desmoldar	60
Figura 4.2.20 Evidencia de tensiones superficiales al desmoldar	60

Figura 4.2.21 Acabado interno de la pala, vista interna de ambos extremos	61
Figura 5.1.1 Fabricación de la lámina para determinar el esfuerzo último	63
Figura 5.1.2 Esfuerzo vs deformación del compuesto.....	64
Figura 5.1.3 Probetas, vista frontal y lateral. Izquierda: Sin tabs. Derecha: Con tabs	65
Figura 5.1.4 Modos de falla. Izquierda: hilo de la lámina. Derecha: explosiva	65
Figura 5.1.5 Curva de fuerza vs desplazamiento, probeta 1	66
Figura 5.1.6 σ_x (tomado con valores de esfuerzo último o σ_{ult}) vs $\pm\theta$, para una lámina	69
Figura 5.2.1 Carga vs deflexión.....	70
Figura 5.2.2 Sistema restringido del plano para prueba de la Pala a flexión	71
Figura 5.2.3 Deflexión y carga máxima	72

LISTA DE TABLAS

	Pág
Tabla 4.1.1 Datos obtenidos de los fabricantes.....	22
Tabla 4.1.2 Longitud de trabajo y ángulo respectivo	25
Tabla 4.1.3 Fuerzas actuantes en la pala.....	28
Tabla 4.1.4 Algunas propiedades del laminado.....	40
Tabla 4.2.1 Variables más llamativas de la aplicación	53
Tabla 4.2.2 Ángulo de bobinado a una velocidad dada.....	56
Tabla 5.1.1 Dimensiones de las probetas o especímenes	63
Tabla 5.1.2 Datos experimentales	66
Tabla 5.1.3 Esfuerzo último a diferentes grados y Factor de Seguridad.....	68

RESUMEN

Se introduce mostrando el avance que han tenido en los últimos años los Vehículos Aéreos No tripulados (UAV) y el aumento en la relevancia de su fabricación. Así mismo, se ejemplifica la estructura de las palas implementadas en helicópteros y el perfil simétrico convexo NACA 0012 seleccionado como sección transversal para la manufactura del elemento. Se habla de las ventajas de la fibra de carbono sobre otras como vidrio y aramida, se muestra un esquema de su proceso de fabricación, y se selecciona la resina epoxi como la matriz adecuada para la fabricación de elementos de alto desempeño como estructuras aeronáuticas. Se termina la introducción explicando los diferentes métodos de bobinado de filamentos, de los cuales se escogió el helicoidal.

Se plantean objetivo general y específicos que orientan el trabajo. Para su cumplimiento, se determinó una metodología de tipo explicativa y se seleccionó el método científico como adecuados para encontrar y explicar las relaciones entre variables del proceso y su respuesta en la manufactura. Se elaboró el diagrama de flujo de la fabricación de las palas como plan de trabajo.

Se encontró la relación entre ancho del molde (tomado como cuerda de la pala) y longitud de trabajo necesaria para el desplazamiento del carro porta fibra a una longitud de pala determinada (o longitud de molde) dadas por una expresión que permitió seleccionar el ángulo menor (60°) para una longitud de pala de 30 cm. A partir de la relación entre longitudes de pala a pesos máximos al despegue de UAV se pudo aproximar que a esta longitud, el UAV tendría un peso de 6,6 kg. Se determinó la relación adecuada entre la velocidad de desplazamiento del carro y la velocidad angular del molde que permitirían obtener los 60° de bobinado, y se dedujo la expresión que permite hallar el valor a introducir en el software de la máquina para desplazar el carro a una posición deseada y conocida en milímetros.

Posteriormente, se encontró que las fuerzas actuantes sobre la pala para el vuelo suspendido del UAV (fuerza centrífuga, fuerza de sustentación y momento aerodinámico) y la rigidez y deformaciones del laminado, dependían de la masa del laminado. Por ello, se realizó un proceso iterativo a diferentes espesores de laminado que generarían una masa de pala dada, que cumpliera con resistencia y con la fuerza necesaria para elevar el UAV. De donde diez fue el número de capas seleccionado. Se calculó la cantidad de resina, endurecedor y fibra necesarios para fabricación, además del material (MDF) y forma del molde y el desmoldante adecuado (foil de aluminio). A partir de la fabricación de preliminares, se determinó un proceso de mejora en manufactura para la realización de la pala prototipo.

Finalmente, se propuso un método para determinar los factores de seguridad del laminado (como material) y de la pala (como componente), teniendo en cuenta que no fueron pruebas exhaustivas, solo como aproximación al conocimiento del desempeño del material fabricado. Además, se presentan las conclusiones y los trabajos futuros para investigación.

PALABRAS CLAVE: Bobinado de filamentos, materiales compuestos, palas de helicóptero, mecánica básica de laminados, UAV.

1. INTRODUCCIÓN

Se presenta el diseño de un método de fabricación de una pala de helicóptero controlando el parámetro de ángulo de bobinado en la bobinadora de filamentos disponible en la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Valle.

Las aeronaves poseen alas para su sustentación, así mismo, los helicópteros se definen como aeronaves que usan alas rotatorias (llamadas palas) en un rotor, y generan sustentación, propulsión y fuerzas de control, según (Leishman, 2006, pág. 1)

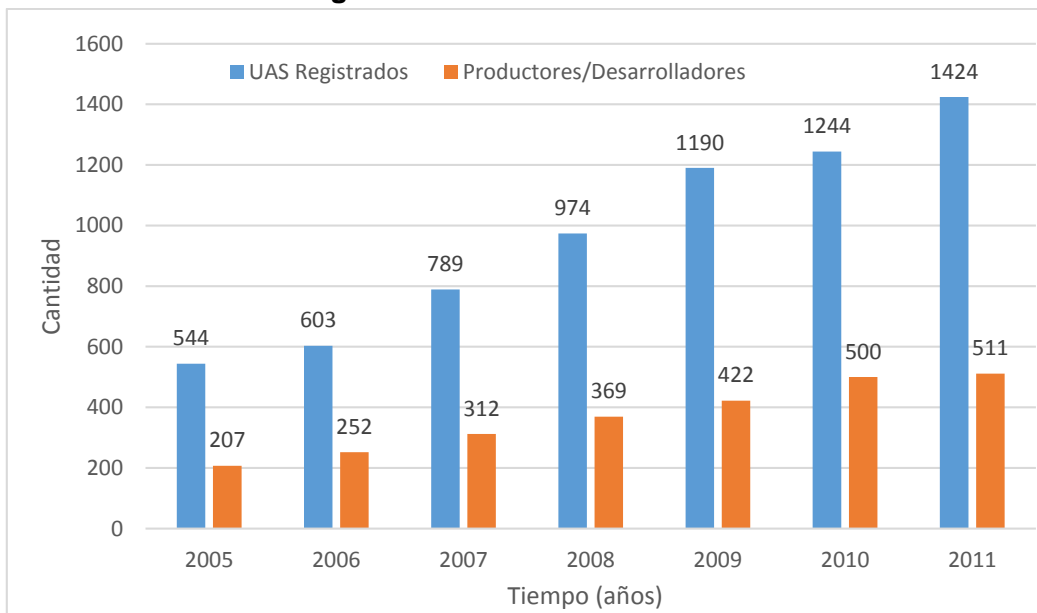
A grandes rasgos, la máquina bobinadora del Laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados funciona de la siguiente manera: Un carrete que porta la fibra impregnada de resina se desplaza longitudinalmente mientras la ubica a un ángulo determinado sobre un molde que gira, de modo que cubra con la fibra toda la superficie libre del molde de una forma pareja; luego, cuando la resina ha curado, se extrae el producto del molde. En el Laboratorio se suele emplear tanto fibras de vidrio como de carbono. Dicha máquina se ha utilizado para la construcción de anillos y cilindros circulares. Sin embargo, este trabajo propone la construcción de un perfil convexo no circular, correspondiente a una pala de helicóptero.

Los Sistemas Aéreos no Tripulados o UAS por siglas en inglés, se definen como una aeronave (o varias, las cuales se denominan Vehículos Aéreos no Tripulados o UAV por siglas en inglés), dispositivos de emisión y recepción de señal, y sistemas de control, según (Blom, 2010, pág. 3) Desde hace varias décadas muestran un avance significativo mundial, tanto en desarrollo como en productores, como se puede apreciar en la Figura 1.1. Esto debido a que cada año aumenta la investigación, desarrollo y producción, involucrando al mercado nuevos países e interesados potenciales, ver (Skrzypietz, 2012, pág. 5). Lo que empezó como un desarrollo impulsado por propósitos militares, ahora capta la atención del rango público civil.

De acuerdo con la información recopilada por (Skrzypietz, 2012, pág. 12), las aplicaciones civiles de los vehículos aéreos no tripulados (UAV) se listan de la siguiente manera:

- **Investigación científica:** Estudios atmosféricos, geológicos, ecológicos; estudio de huracanes; observación de volcanes; optimización de transporte; agricultura
- **Prevención de desastres:** Monitoreo de incendios forestales e inundaciones, asistencia en daños de terremotos, monitoreo de contaminación, búsqueda de sobrevivientes por accidentes marítimos o terrestres
- **Protección medioambiental:** Monitoreo de caza ilegal, de emisiones contaminantes, de zonas petroleras; protección de los recursos hídricos
- **Misiones de comunicación:** UAV como sustitutos de satélites; mejorar telecomunicaciones
- **Protección de infraestructura crítica:** Monitoreo y vigilancia de oleoductos y red eléctrica; observar el flujo del tráfico; proteger el transporte marítimo de piratas
- **Seguridad nacional:** Protección de fronteras, vigilancia costera, observar y brindar apoyo en eventos públicos

Figura 1.1 Desarrollo de los UAS 2005-2011



Fuente: (Skrzypietz, 2012, pág. 5) basado en Blyenburgh & Co. 2011, 153

La manufactura de los UAS y UAV adquiere mayor relevancia debido a tantos campos de aplicación y, para competir en este campo, es necesario incrementar los conocimientos al respecto.

El campo aeronáutico se encuentra en avance y se presenta como una oportunidad de articulación entre la Universidad del Valle y este tipo de industria para mantenerse a la vanguardia en cuanto a la investigación y desarrollo. Así se generan precedentes que permiten continuar hacia proyectos de mayor envergadura, como la posible realización de un UAV en el futuro.

La máquina bobinadora de filamentos que se encuentra en el Laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados fue desarrollada por la Escuela de Ingeniería Mecánica. Esta genera sólidos de revolución a partir de un molde cilíndrico circular que rota a cierta velocidad, tales como cilindros y anillos. Sin embargo, es ausente un procedimiento de fabricación de sólidos convexos no circulares, como las palas de los helicópteros.

Se diseñó un proceso de fabricación de la pala de helicóptero desde la determinación del molde y el diseño laminar del material compuesto, hasta la extracción de la pala generada. Como complemento del trabajo, se realizaron ensayos mecánicos en una Máquina de Ensayos Universales para la evaluación del desempeño de los prototipos construidos.

Se partió de un proceso de diseño preliminar de una pala de helicóptero para generar un modelo que estableciera los requerimientos de resistencia a esfuerzos a los que se somete una pala que genera sustentación, de modo que fuera una pala funcional. Se comprobó que se pueden satisfacer los requerimientos de resistencia de una pala a partir de la mecánica de laminados.

La fibra de carbono con resina epóxica se empleó en el proceso para la fabricación de las palas. Esta fibra posee ventajas sobre las de vidrio y aramida en cuanto al módulo a tensión, resistencia y módulo a compresión, aunque es la más costosa (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 9).

A partir del desarrollo del presente proyecto se pretende dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Mediante el control del ángulo de bobinado se puede diseñar un proceso de fabricación de una pala de helicóptero?

1.1 PALA DE HELICÓPTERO

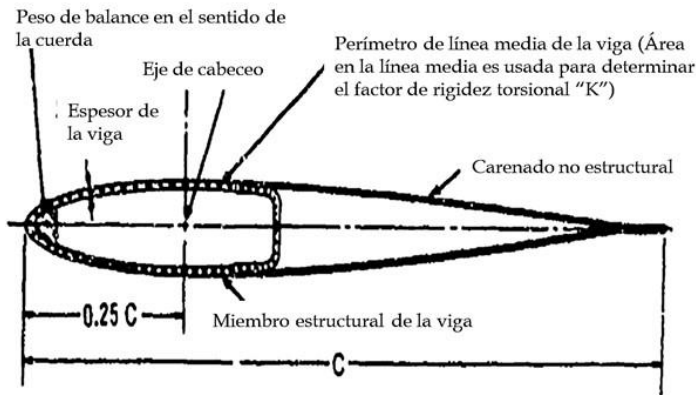
Las palas de los helicópteros más comerciales se encuentran fabricadas como se aprecia en la Figura 1.1.1 (Army Materiel Command, 1974, pág. 320) Constan de una viga que se encarga de aportar toda la resistencia estructural para que el helicóptero se pueda sostener en vuelo, es decir, aguantar su propio peso en vuelo. La viga se recubre con un carenado que tiene la forma del perfil aerodinámico, el cual es muy delgado, no estructural y usualmente está relleno con espuma de poliéster. Según la (Real Academia Española, 2001), carenado es un revestimiento, que se adapta a un elemento con la finalidad de brindar propiedades aerodinámicas, y puede ser de material compuesto. Se encuentran carenados hechos de aluminio en el comercio, ver (Vortech, Inc, 2013)

Para el proyecto se seleccionó un perfil simétrico y convexo NACA 0012, debido a que es un perfil único para la pala que simplifica el proceso de diseño óptimo y que se encuentra en varios helicópteros, según (Ngoc Anh Vu, 2011, pág. 2) y (Vortech, Inc, 2013), además también fue propuesto para la patente de un vehículo convertible entre autogiro, helicóptero y aeroplano (España Patente nº 2 277 476, 2007, pág. 7)

El extremo izquierdo de la pala mostrada en la Figura 1.1.1 (por donde el viento choca con ella) se denomina borde de ataque; el extremo derecho, cuyo radio tiende a cero, es denominado borde de fuga (por donde el aire se aleja de la pala).

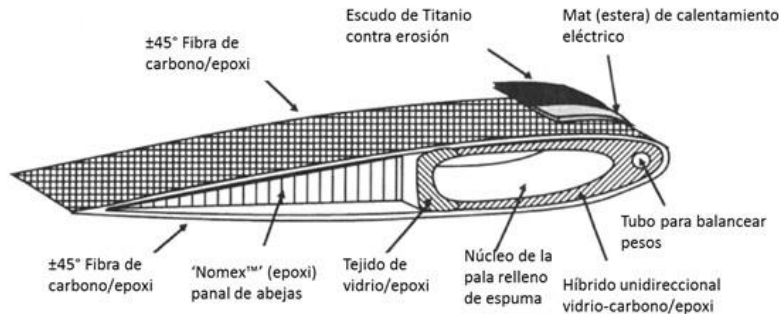
En la Figura 1.1.2 se muestra otro ejemplo del esquema de construcción de las palas de helicóptero en materiales compuestos. Se muestra que tiene variados componentes, y entre ellos, el carenado es de fibra de carbono/epoxi, orientado a 45°.

Figura 1.1.1 Estructura representativa de una pala



Fuente: (Army Materiel Command, 1974, pág. 320)

Figura 1.1.2 Partes de una pala de helicóptero en compuestos



Fuente: (Hull & Clyne, 1996, pág. 300)

1.2 FIBRAS Y MATRIZ

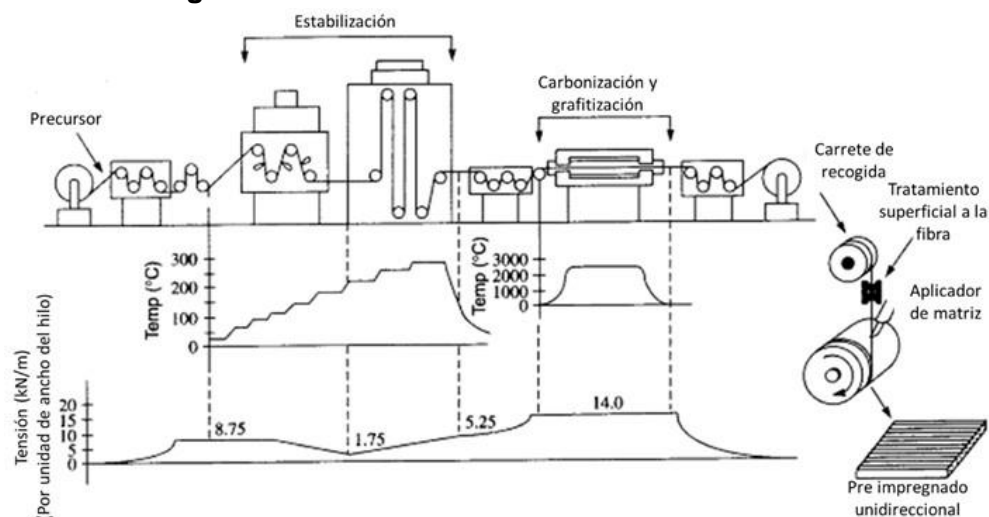
Según (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 5), las fibras se encargan principalmente de aportar resistencia y rigidez. Fibra, o también conocida como filamento, es un material con una larga dimensión longitudinal y normalmente su longitud es cien veces el diámetro, o más, (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 40)

La mejor combinación en cuanto a propiedades se encuentra en la fibra de carbono, (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 7), sin embargo es más costosa que la de vidrio y de aramida. Es eléctricamente conductiva, tiene baja densidad, bajo coeficiente de expansión térmica, es estructuralmente eficiente y es resistente a la fatiga. Se consigue en un rango amplio de rigidez (módulo entre 30 – 45 msi) y resistencia (300 – 1000 ksi)

La fibra de carbono implementada es del fabricante TORAY, los cuales son los mayores productores de fibra de carbono basadas en polyacrylonitrilo o PAN. En la Figura 1.2.1 se muestra un diagrama del proceso de fabricación de la fibra de carbono, atravesando las

fases de estabilización (tratamiento térmico entre 200-300 °C, en una atmósfera con oxígeno, comenzando una serie de reacciones químicas), carbonización y grafitización, y se suele incluir la etapa de “sizing” o tratamiento superficial en el cual se lubrica y protege a la fibra. Se denomina fibras de carbono a las que poseen 95 % de carbono y son carbonizadas a 1800-2700 °F, mientras que las conocidas por fibras de grafito contienen 99 % de carbono que primero son carbonizadas y luego son grafitizadas (por tratamiento térmico) entre 3600-5500 °F. El proceso de grafitización aumenta el módulo.

Figura 1.2.1 Producción continua de fibra de carbono



Fuente: (Hyer, 1998, pág. 12), quien lo obtuvo y modificó de (United States of America Patente nº 3 803 672, 1974)

La matriz mantiene a la fibra en la posición adecuada, la protege, evita abrasión, transfiere cargas y de ser seleccionada correctamente aumenta la resistencia a la temperatura, a los químicos y a la humedad, y se cura a la menor temperatura posible, (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 9) La matriz puede ser de resina termoestable o termoplástica. Las termoestables, como el epoxi, constan de resina y un catalizador (endurecedor), que al mezclarse aumentan la viscosidad y se curan como resultado de una reacción química generando calor (reacción exotérmica) o al aplicársele calor de forma externa. El curado forma una red de largas moléculas que generan un sólido que no se puede reprocesar con calor, (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 10) Las resinas termoestables más usadas son poliésteres, ésteres de vinilo, poliamidas y epoxis.

La resina seleccionada para el presente trabajo se cura por una reacción exotérmica y dura 24 horas contadas a partir del momento en que se mezcla la resina con el catalizador. En 26 minutos la resina aumenta la viscosidad y a partir de este tiempo la impregnación en el proceso de manufactura no es apta, esto fue determinado experimentalmente y es el límite de tiempo en el que tiene que terminarse de bobinar la fibra necesaria para la construcción.

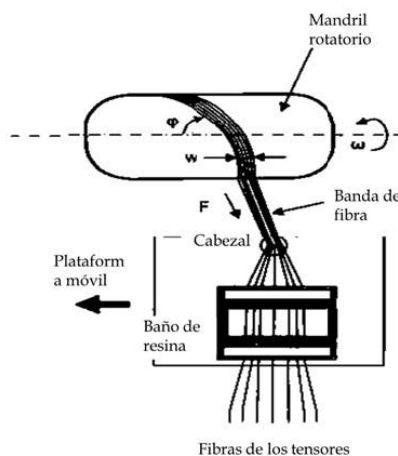
1.3 BOBINADO DE FILAMENTOS

El bobinado de filamentos es un proceso de manufactura para construir sólidos de revolución o cercanos a los sólidos de revolución, ver (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 20) Se pueden usar fibras pre impregnadas, denominado método del bobinado húmedo, en el cual las fibras secas se pasan por la resina antes de ubicarlas en el mandril que posee el molde con la forma deseada. Consiste en enrollar filamentos de fibra (hilo) de carbono o de vidrio que se impregnan en resina termoestable sobre un molde cilíndrico, creando elementos de materiales compuestos. Mientras el molde gira, un carro se desplaza longitudinalmente guiando las fibras en un patrón de enrollado. Cuando la resina se ha curado completamente, la pieza se puede retirar del molde, obteniéndose el elemento final hueco a través del desmolde.

La máquina de bobinado puede automatizarse y de esta forma controlar la tensión de los filamentos: a poca tensión más flexible será la pieza; a alta tensión el elemento tendrá más fuerza y rigidez, (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 142). La orientación de las fibras puede controlarse por medio del ángulo de bobinado: un ángulo alto permite alta resistencia a la compresión; un ángulo bajo proporciona una mayor resistencia a la tracción (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 142) La Figura 1.3.1 permite comprender mejor el proceso.

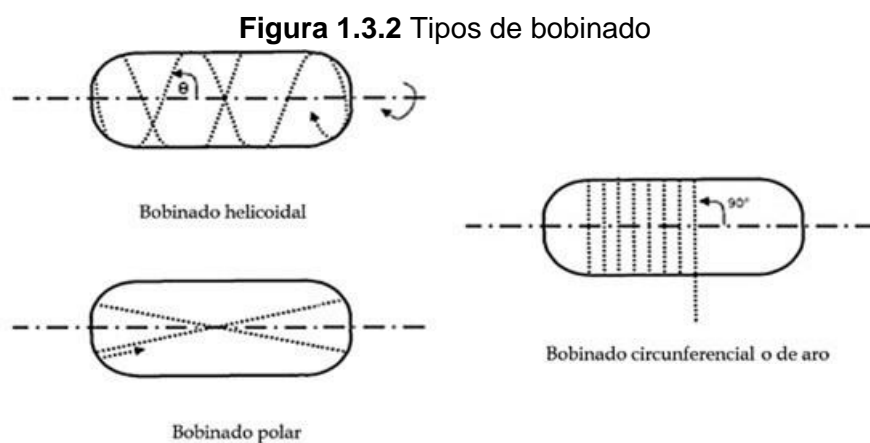
Un material compuesto se puede definir como una combinación de varios materiales que generan otro cuyas propiedades son mejores que las de los componentes individuales y, según (Campbell, Manufacturing Processes for Advanced Composites, 2004, pág. 2), a diferencia de las aleaciones metálicas, cada material retiene sus propiedades físicas, mecánicas y químicas. Se cuentan dos constituyentes para los materiales compuestos a emplear en este proceso: fibras y matriz. En fibras se pueden implementar vidrio, aramida, carbono, los cuales pueden ser continuos o discontinuos. En cuanto a la matriz, suelen usarse polímeros.

Figura 1.3.1 Bobinado de filamentos



Fuente: (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 144)

En la Figura 1.3.2 se muestra el proceso de bobinado para diferentes ángulos. El bobinado helicoidal es un proceso muy versátil, con el cual se puede producir casi cualquier combinación de diámetro y longitud (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 143) (Miravete, y otros, 2007, pág. 744), y por lo tanto es el método con el cual se realizó el presente trabajo. El bobinado polar o plano es más simple que el helicoidal porque se puede, según (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 144), (Miravete, y otros, 2007, pág. 745), usar una velocidad de bobinado constante, no se necesita que el carro que guía el hilo se devuelva sobre su trayecto (como en el caso del bobinado helicoidal) y los filamentos se ubican uno al lado del otro a medida que se bobina sobre el molde. Es muy eficiente para formas esféricas y debe tener el eje de rotación inclinado con respecto al eje de desplazamiento del carro, diferente a la disposición física de las máquinas de bobinado helicoidal. El bobinado circunferencial es el más simple de los otros métodos, (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 144), (Miravete, y otros, 2007, págs. 745-746), donde la velocidad de rotación del molde es mucho mayor a la del desplazamiento del carro que guía los filamentos. Este es el método implementado en la fabricación de cilindros: cuando el molde hace un giro, se cubre con una banda de fibra, las cuales son ubicadas una adyacente a la otra, giro tras giro.



Fuente: (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 145), (Miravete, y otros, Materiales Compuestos I, 2007, págs. 744-746)

Hay tres variantes del proceso de bobinado de filamentos: bobinado húmedo; bobinado pre impregnado y húmedo; y el comercialmente pre impregnado. En el bobinado pre impregnado y húmedo el rollo de fibra se extiende, se cubre con resina y vuelve a enrollarse de modo que es necesario curarlo luego de haber generado la pieza. En el comercialmente pre impregnado, el rollo se comercializa seco, se implementa en la máquina y luego que se cubre el molde, se lleva a un horno para que comience un ciclo de curado. En el bobinado húmedo las fibras se hacen pasar por resina justo antes de guiarlas hacia el molde que se ha ubicado en el mandril. Este último método se implementó en la máquina bobinadora debido a que sus características lo facilitan ya que fue diseñada y construida para ello. En este proceso, una capa o lámina se forma cuando el carro cubre al molde con la fibra al desplazarse en una sola dirección, es decir, una capa se forma cuando el carro ha recorrido el molde longitudinalmente, cubriéndolo completamente con fibra. Al manejo de fibras o

filamentos que el carro posiciona sobre el molde se le denomina “*strand*”, “*tow*”, o “*end*”, y en español le denominaremos *hilo*, estos términos aplican siempre y cuando a los filamentos no se les junte enredándolos entre ellos (“*twist*”). En cada rollo de fibra de carbono viene un hilo continuo. En el caso en que en el proceso se implementen varios hilos al mismo tiempo para una pasada, es decir, que al pasar a través del cabezal, estos se unan en un solo manojo para la aplicación, al manojo se le denominará “*roving*”, pero por practicidad, continuaremos con el término *hilo* en español, avisando previamente con cuántos manojos de filamentos o cuántos rollos se trabajó para el proceso. Los términos en inglés se referenciaron de (Barbero, 1998, pág. 22).

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar un método para la fabricación de palas de helicóptero, controlando parámetros de ángulo de bobinado en la máquina bobinadora de filamentos, con restricciones de diseño.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Establecer los requerimientos de resistencia a esfuerzos a los que se somete una pala que genera sustentación.
- ✓ Calcular los ángulos de bobinado más adecuados para construir una pala para helicóptero en materiales compuestos.
- ✓ Proponer un proceso de manufactura de una pala de helicóptero desde la determinación del molde hasta la selección del ángulo de bobinado utilizando la bobinadora de filamentos del Laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados.
- ✓ Fabricar la pala de helicóptero en materiales compuestos mediante el control del ángulo de bobinado
- ✓ Evaluar mediante pruebas mecánicas el desempeño de la pala mediante las condiciones de sustentación.

3. METODOLOGÍA

Se siguió el método científico como estrategia para diseñar el proceso de manufactura de la pala. Se tenían conocimientos básicos tanto del proceso de bobinado de hilos como de los materiales compuestos fibrorreforzados, pero se desconocía la relación y el control de las variables del sistema, tales como, características geométricas del componente, cargas de diseño, número de capas, ángulo de bobinado. Así, se realizó un bosquejo secuencial de los subprocesos, resaltando los conceptos relativos a los fenómenos relacionados con las variables del sistema, con especial atención en el procedimiento para tomar las decisiones que permitieran desarrollar el flujo del proceso, demostrando: asertividad en los desarrollos de modelos matemáticos, a través de las ecuaciones que rigen el sistema; veracidad en la labor investigativa por la concordancia demostrada entre la literatura y la realidad experimental; congruencia en el análisis de resultados y validez al discernir entre lo asumido en los modelos teóricos frente a lo alcanzado los resultados experimentales.

El proyecto se desarrolló basado en una metodología de tipo explicativa dirigido a responder las causas de los eventos físicos y mecánicos de la ocurrencia de cada fenómeno, mediante las condiciones de diseño y de las variables del sistema laminar relacionadas de la siguiente manera:

- Relación entre la geometría de una pala de UAV y la longitud de trabajo necesaria en la bobinadora de filamentos: Dicha geometría está en función de la cuerda, longitud, perfil aerodinámico y peso máximo al despegue, y debe estar dentro de las limitaciones de la máquina para manufacturar controlando el ángulo de bobinado.
- Restricción del ángulo de bobinado: limitaciones de la máquina y resistencia del material laminado.
- Proceso iterativo: debido a que las cargas actuantes sobre la pala varían en función de la masa.
- Selección de los materiales: en función del número de capas y con un software elaborado para facilitar su cálculo, haciéndolo más rápido y preciso.
- Molde: capacidad de rotar con el mandril, soportar esfuerzos de compresión del hilo de fibra de carbono, cumplir con la geometría requerida, elaboración rápida y económica.
- Desmoldante adecuado: protección del molde y facilitar extracción del componente.
- Adaptación al proceso de manufactura: Seleccionar molde, desmoldante, número de capas y ángulo de bobinado. Generar satisfactoriamente cada capa en función de un número dado de pasadas del carro porta resina, que dependía del ángulo implementado.
- Las pruebas no son exhaustivas, se realizaron para conocer que el material soporta la carga flectora de diseño en el rango elástico, mas no como validación del modelo teórico, ya que para ello es necesario realizar un diseño experimental completo, el cual por razones de aplicación y orientación, no se cubrió en el presente trabajo.

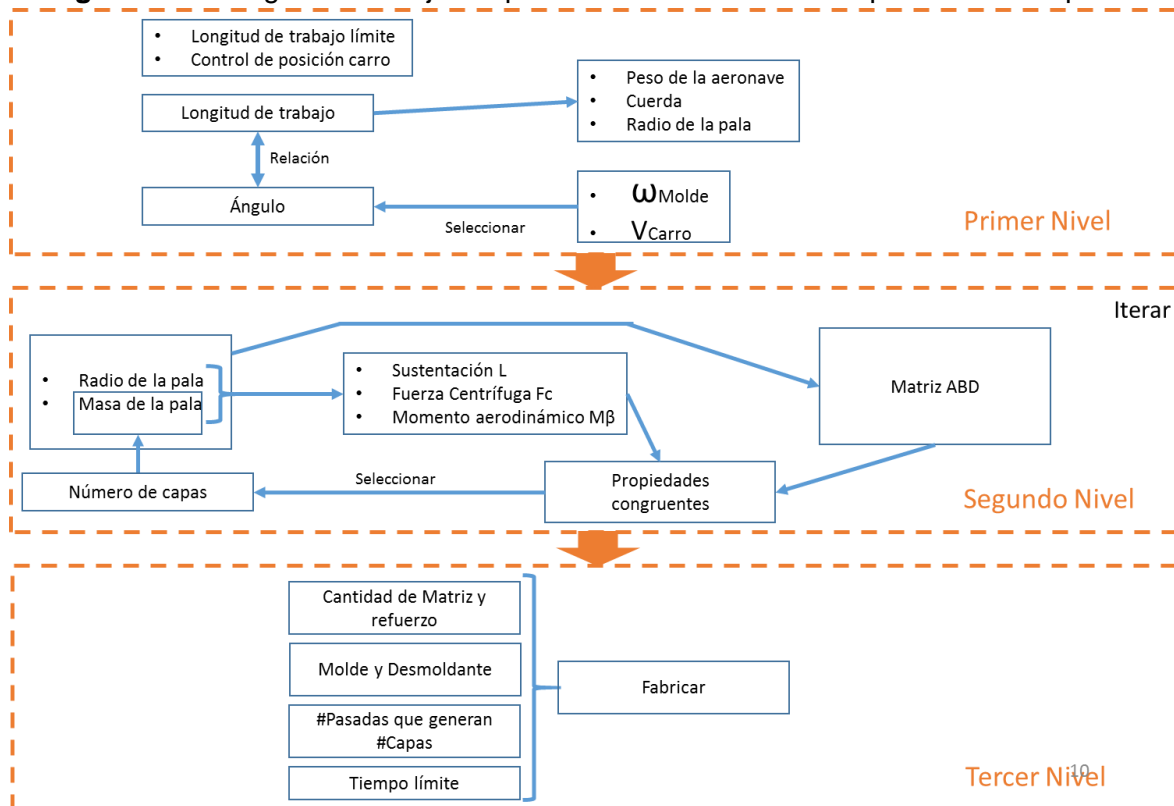
3.1 PLAN DE TRABAJO

En la Figura 3.1.1 se muestra el diagrama de flujo diseñado para la manufactura de la pala de helicóptero del proyecto mediante el sistema de bobinado de hilos. Se propuso una solución que permitiera seleccionar de manera confiable cada variable desconocida de los subprocesos, con un procedimiento contrastado con la bibliografía. Estos subprocesos son:

- Determinar las características básicas del elemento en relación a su funcionamiento: Haciendo énfasis en su geometría
- Determinar las características relacionadas con las cargas del elemento, es decir, realizar el análisis de cargas y definir el laminado
- Determinar la cantidad de resina, endurecedor (catalizador) y fibra de carbono
- Fabricar el molde y seleccionar desmoldante
- Fabricar la pala

Se verificó que cada selección permitiera cumplir con los objetivos inicialmente planteados, para dar una solución confiable al problema, cuyo proceso era desconocido. En la Figura 3.1.1 los suprocesos se muestran relacionados con todas las variables desconocidas donde era necesario tomar una decisión.

Figura 3.1.1 Diagrama de flujo del proceso de manufactura de palas de helicópteros



Fuente: Autor

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

La respuesta de un sistema laminar bajo un determinado conjunto de cargas puede ser determinada con la realización de productos en laboratorios. Sin embargo, cuando éstos se conforman de varias láminas y se le confieren diferentes condiciones de carga, como es el caso de un estudio preliminar de diseño, se requiere usar los métodos de análisis para la estimación de esfuerzos en un laminado. La complejidad de la distribución de la tensión a lo largo de las regiones de la fibra y la matriz de todas las capas del laminado, no se pueden tener métodos de análisis precisos (Department Of Defense United States Of America, 2002).

4.1 DISEÑO DE LA PALA

Es necesario conocer el peso máximo al despegue del helicóptero UAV para saber la fuerza de sustentación que debe generar la pala. Para ello, se parte de los datos de varios helicópteros comerciales, suministrados en sus *Data Sheets*, de los cuales se ha extraído para cada modelo de UAV y su respectivo fabricante, el peso máximo al despegue, la Velocidad de Crucero, y Diámetro del Rotor Principal. Por otro lado, la longitud de la Pala (generalmente dada en metros), se obtiene sustrayendo del radio del rotor principal la excentricidad, que se define como la distancia desde el eje del rotor hasta la raíz de la pala, y se asumió de 5 cm. Los datos fueron condensados en la Tabla 4.1.1.

Tabla 4.1.1 Datos obtenidos de los fabricantes

UAV	FABRICANTE	PESO MÁXIMO AL DESPEGUE (Kg)	VELOCIDAD DE CRUCERO (Km/h)	DIAMETRO ROTOR PRINCIPAL (m)	LONGITUD DE LA PALA (m)
AT-10	Advanced UAV Technology	6,3	50	1,7	0,8
SR20	Rotomotion	13	40	1,9	0,9
AT-30	Advanced UAV Technology	12	80	1,981	0,9405
SR100	Rotomotion	16	79,2	2,01	0,955
AT-200	Advanced UAV Technology	47,7	160	3	1,45
APID 60	CybAero	180	150	3,3	1,6
MQ-8B Fire Scout	Northrop Grumman	1428,8	212,98	8,4	4,15
MQ-8C Fire Scout	Northrop Grumman	2721,55	259,28	10,7	5,3

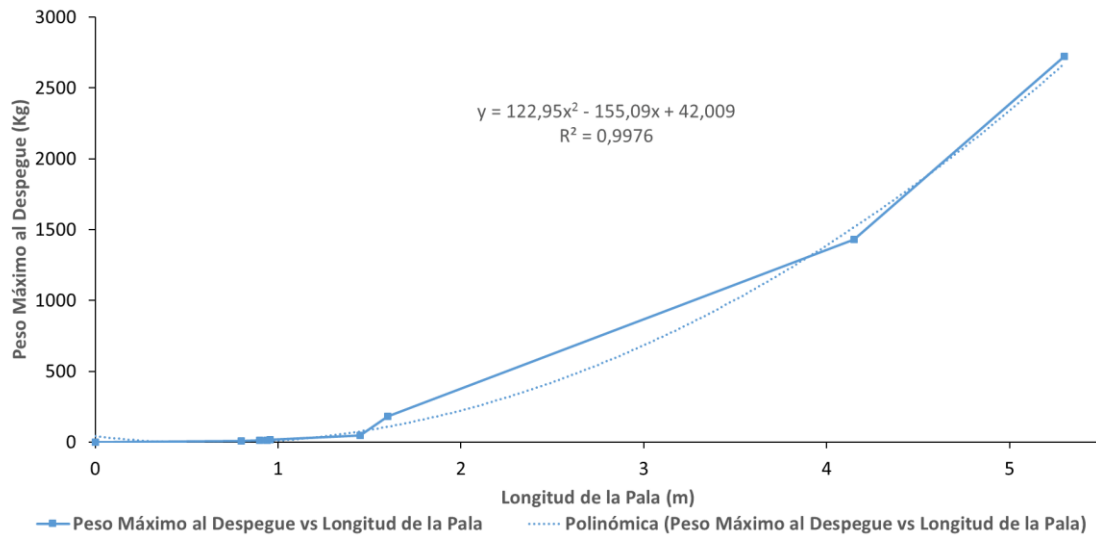
Fuente: A partir de (Advanced UAV Technology Limited, 2013), (ROTOMOTION, LLC, 2013), (Advanced UAV Technology Limited, 2013), (ROTOMOTION, LLC, 2013), (Advanced UAV Technology Limited, 2013), (CybAero, 2013), (Northrop Grumman Corporation, 2013), (Northrop Grumman Corporation, 2013)

En la Figura 4.1.1, se muestra la curva del peso máximo al despegue en función de la longitud de la pala y la curva de tendencia polinómica que le aproxima, ver Ecuación 4.1. a partir de la cual, se puede aproximar un peso máximo de despegue apropiado en función de una longitud de pala seleccionada para su construcción.

$$y = 122,95x^2 - 155,09x + 42,009$$

Ecuación 4.1 Curva Peso Máximo al Despegue vs Longitud de la Pala

Figura 4.1.1 Peso máximo al despegue vs longitud de la pala



Fuente: Autor

Tal como lo explica (Leishman, 2006, págs. 58, Momentum Theory Analysis in Hovering Flight), el diseño preliminar y básico de la dinámica de la pala se realiza para un vuelo estacionario (*Hover*), siguiendo la teoría de momento (*momentum theory*). El flujo se asumió axi-simétrico, desplazándose verticalmente por el rotor, ya que es el régimen de flujo más fácil de analizar y predecir con los modelos matemáticos. Esta simple aproximación es conocida como la teoría de momento de *Rankine-Froude*. El vuelo estacionario es una condición de vuelo única, ya que en este estado la aeronave posee cero velocidades vertical y de avance, (Leishman, 2006, pág. 58). El autor define la solidez del rotor (σ) con la Ecuación 4.2, (Leishman, 2006, págs. 69,77):

$$\sigma = \frac{Nb * c}{\pi * R} = \frac{blade\ area}{disk\ area}$$

Ecuación 4.2 Solidez del rotor

Donde:

- **Nb**: número de palas = 2 por las referencias encontradas agrupadas en la Tabla 4.1.1
- **R**: radio del rotor = se asumió 0.7 m para una longitud de pala de 30 cm (justificado adelante)
- **C**: cuerda del perfil de la pala, que debe determinarse para especificar la geometría del elemento.

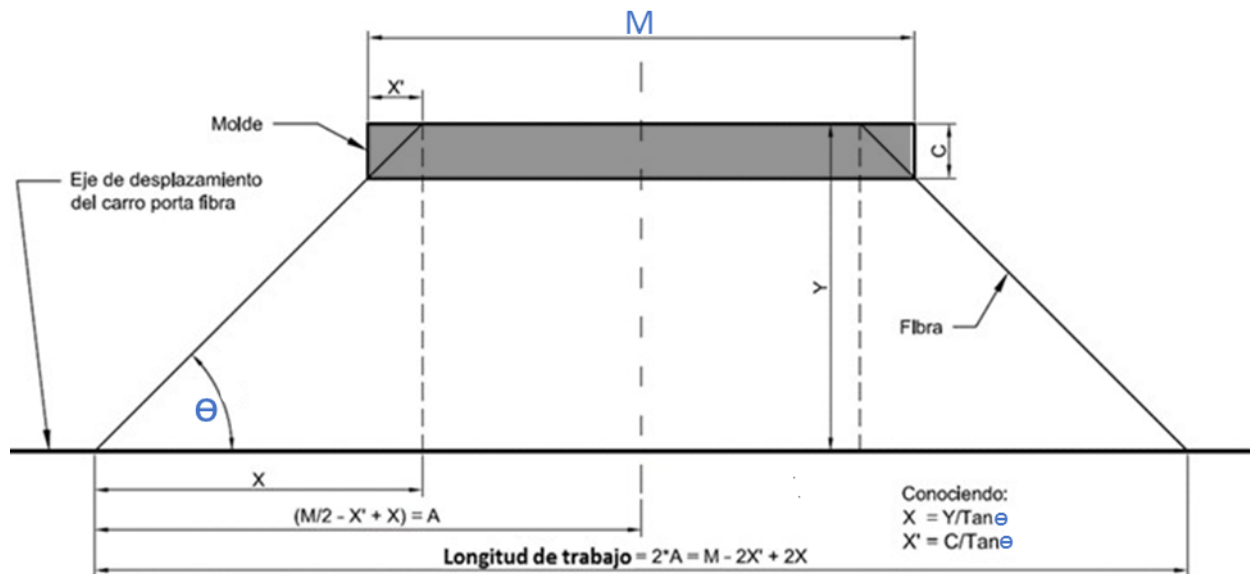
(Leishman, 2006, pág. 69), afirma que los valores típicos de la solidez del rotor se encuentran entre 0.05 y 0.12. Sin embargo, valores bajos resultan en tener que aumentar el ángulo de ataque de las secciones de la pala (lo que aumenta el coeficiente de sustentación), para obtener los mismos valores de coeficiente de empuje a la misma área de disco rotor, lo que incrementa la posibilidad de que la pala entre en pérdida (Leishman, 2006, pág. 77). Se eligió el mayor valor del rango: $\sigma = 0.12$, ya que la pala a construir no variará el ángulo de ataque en sus secciones, como habría que hacerlo para valores menores. Despejando de la Ecuación 4.2, se obtuvo un valor de cuerda de pala de $c = 13$ cm, para una cuerda constante a lo largo de la pala.

Se conoce de la máquina bobinadora de la Escuela de Ingeniería Mecánica, que el carro que guía la fibra de carbono se desplaza linealmente sobre un eje longitudinal, en una longitud de trabajo máxima disponible de 73 cm, correspondiente a la longitud límite de trabajo. La longitud de pala debe ser menor a 73 cm para que se pueda manufacturar.

El ángulo de bobinado se define, según (ASM International, 2011, pág. 42), como el ángulo entre la dirección de la fibra en la superficie del mandril y el eje de rotación del mismo (donde está ubicado el molde). Es de anotar, que por definición, a cero grados es axial y a noventa grados es circunferencial.

Se dedujo la expresión para la longitud de trabajo necesaria en función de la longitud del molde y del ángulo de bobinado, a partir de la geometría mostrada en la Figura 4.1.2. En la Figura 4.1.3, se graficó la longitud del recorrido necesaria para el carro en función del ángulo de bobinado.

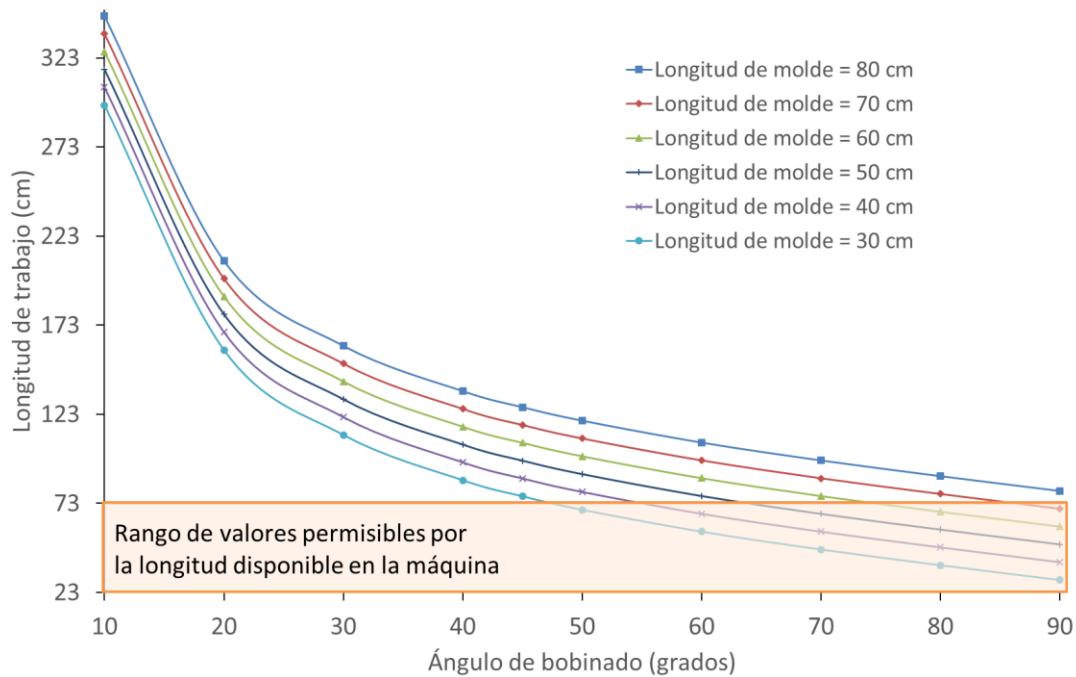
Figura 4.1.2 Definición de la geometría de la longitud de trabajo



Nota: Y =Separación brazo-eje + Cuerda/2, donde: Cuerda=13 cm y Separación brazo-eje=30 cm

Fuente: Autor

Figura 4.1.3 Longitud de trabajo requerido a diversos ángulos de bobinado



Fuente: Autor, datos en el [Anexo H](#)

Nótese en la Figura 4.1.3, que a mayor ángulo, menor es el recorrido requerido. Los ángulos de bobinado cercanos a 90° resultan en estructuras con baja capacidad de carga axial y por esto se limitó el ángulo máximo a $\theta = 80^\circ$. En cuanto a la longitud del molde (L), se decidió trabajar con una longitud $L = 30$ cm, con el fin de tener la posibilidad de trabajar con el mayor rango de ángulos de bobinado, entre 50° y 80°, ver Tabla 4.1.2.

Tabla 4.1.2 Longitud de trabajo y ángulo respectivo

Molde (cm)	Ángulo (°)	Longitud de trabajo (cm)
30	50	69,44
	60	57,14
	70	47,11
	80	38,29

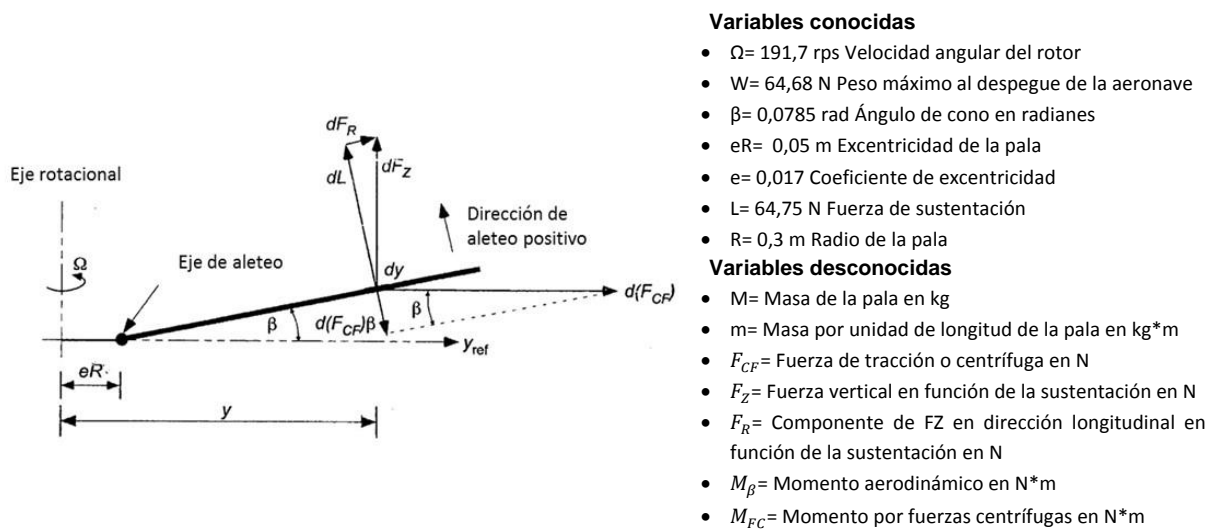
Fuente: Autor

En la práctica, para la implementación del proceso de manufactura y el análisis de la mecánica de laminados (ver 4.1.2 Determinación del número de capas), se selecciona el ángulo de sesenta grados (ver 4.2.4 Fabricación de la pala), para el tamaño de molde con treinta centímetros de longitud. Empleando la Ecuación 4.1 para una longitud de pala $L = 30$ cm, se determinó el peso máximo al despegue, $W = 6.6$ kg. Según (Abbott, Doenhoff, & Stivers, Jr., 1945, pág. 4), los dos últimos números de la designación NACA indican el grosor máximo en porcentaje de la cuerda, es decir, como para este caso se seleccionó un perfil NACA 0012, el grosor es 12% de la cuerda, igual a 1.56 cm.

4.1.1 Análisis de cargas

De acuerdo con (Leishman, 2006, pág. 174), las fuerzas en el componente “pala” son aerodinámica y centrífuga, y como la fuerza gravitacional es relativamente más pequeña que las otras, se puede despreciar. Para determinar la fuerza centrífuga y la fuerza de sustentación (aerodinámica) a las que se encuentra sometida la pala, (Leishman, 2006, pág. 175) propuso las condiciones de equilibrio sobre el punto donde la pala está anclada al rotor, es decir, a partir de la excentricidad. Dicho anclaje es llamado el eje de aleteo o “flapping hinge”, ver la Figura 4.1.4.

Figura 4.1.4 Equilibrio alrededor del eje de aleteo



Fuente: (Leishman, 2006, pág. 175)

De acuerdo con (Leishman, 2006, pág. 171), las palas forman un cono con ángulo β cuando están en operación, estableciendo un equilibrio estático entre las fuerzas aerodinámicas (de sustentación) y la fuerza centrífuga. Como las fuerzas centrífugas son dominantes, el ángulo formado es relativamente pequeño, y usualmente está entre 3 y 6 grados (se seleccionó el promedio para el diseño).

La excentricidad de la pala, definida como eR en la Figura 4.1.4, se asumió de 5 cm. Según (Leishman, 2006, pág. 176), esta depende del producto entre el radio de la pala R y el coeficiente de excentricidad e , el cual es típicamente menor a 0,15 y para los datos seleccionados fue de 0,017, estando dentro del rango. También se asume que la sustentación tiene una distribución parabólica sobre la pala recta, por lo que su fuerza resultante se localiza en $\frac{3}{4}$ del radio. De esta forma, el momento aerodinámico se expresa en la Ecuación 4.3. El momento generado por las fuerzas centrífugas, Ecuación 4.4, en función de β , parte de integrar sobre la pala el producto entre estas y una distancia desde la raíz. Debe tenerse en cuenta que cuando la pala alcanza el equilibrio, el momento por fuerza centrífuga se relaciona con el momento aerodinámico como se muestra en la

Ecuación 4.5 (de allí el signo negativo de la Ecuación 4.3), y con esta se halló la expresión para la fuerza flectora que actúa a $\frac{3}{4}$ del radio de la pala en la Ecuación 4.6, o fuerza de sustentación.

$$M_{\beta} = -\frac{3}{4}R * L$$

Ecuación 4.3 Momento aerodinámico

$$M_{FC} = \int_{eR}^R m\Omega^2 y^2 \beta dy = \frac{M\Omega^2 \beta R^2 (1 - e^3)}{3}$$

Ecuación 4.4 Momento por fuerzas centrífugas

$$-M_{\beta} = M_{FC}$$

Ecuación 4.5 Equilibrio de momentos

La fuerza centrífuga o a tracción (F_{CF}) en la dirección axial de la pala, ver Figura 4.1.4, se halló con el producto de la masa y la velocidad angular de un elemento posicionado a una distancia “y” e integrando a lo largo de la pala, desde la raíz, y su expresión se muestra en la Ecuación 4.7. El ángulo β debe trabajarse en radianes, debido a que se realizaron aproximaciones de seno (seno de $\beta \approx \beta$) y coseno (coseno de $\beta \approx 1$) con base en las series de Taylor para estas funciones trigonométricas.

Los valores de la fuerza de sustentación y de tracción que se generan dependen de la masa de la pala, como se puede observar en la Ecuación 4.6 y Ecuación 4.7. Esta se determinó con un proceso iterativo en función de varios valores de espesor, ya que su valor es variable, porque la densidad es constante y el volumen cambia con el espesor. Del proceso de iteración se habla en el siguiente capítulo: 4.1.2 Determinación del número de capas, del cual se seleccionó el valor de la masa: 0.182 kg.

$$L = -\frac{4M\Omega^2 \beta R}{9} (1 - e^3)$$

Ecuación 4.6 Fuerza flectora o de sustentación, que actúa a $\frac{3}{4}$ del radio de la pala

$$Fc = \int_{eR}^R m\Omega^2 y dy = \frac{M\Omega^2 R}{2} (1 - e^2)$$

Ecuación 4.7 Fuerza de tracción debida a la fuerza centrífuga

Se propone como una aproximación inicial el motor de (Thunder Tiger, 2011, pág. 2), ya que es empleado en helicópteros con pequeños radios controlados, con velocidades angulares en el rotor principal entre 2.000 – 21.000 rpm, seleccionando la media para los cálculos.

Mediante la Ecuación 4.4, la Ecuación 4.6 y la Ecuación 4.7, se implementaron respectivamente los valores del momento por fuerzas centrífugas, la fuerza de sustentación, y la fuerza a tracción, mostrados en la Tabla 4.1.3. La fuerza de sustentación fue $L = 70$ N,

asegurando que puede levantar el peso máximo de la aeronave: $W = 64.68 \text{ N}$. Este valor de sustentación está ubicado en $\frac{3}{4}$ de la longitud de la pala (225 mm desde su raíz).

Tabla 4.1.3 Fuerzas actuantes en la pala

Momento generado por fuerzas centrífugas, M_{FC} (N*mm)	Fuerza de sustentación, L (N)	Fuerza de tracción, F_c (N)
14374	70	900,35

Fuente: Autor

La sustentación que produce cada pala debe ser igual al peso del helicóptero dividido entre el número de estas, para un vuelo estacionario, ver (Montgomery, 1964, pág. 14). Por el contrario, cada una se diseñó de manera que individualmente puedan generar una fuerza de sustentación igual al peso total del UAV, por lo que esta se sobre-diseñó.

4.1.2 Determinación del número de capas

Se definieron las propiedades elásticas del material de la pala mediante el método de análisis implementado de la mecánica básica de laminados de placas compuestas. Asumiendo según (Nettles, 1994, pág. 1), los requerimientos para analizar un elemento fibrorreforzado laminado continuo, se tiene que:

- El material está hecho de una o más capas, de fibras paralelas y continuas en el material, aunque no sean necesariamente del mismo espesor o material
- Es un estado plano de esfuerzo, por lo que se ignoran los esfuerzos y deformaciones en la dirección del espesor
- El espesor es de magnitud mucho menor que el largo y el ancho
- El método se limita a la respuesta elástica del material

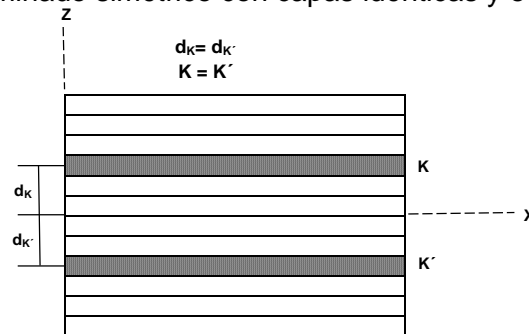
Además, según el autor, las láminas de compuesto nunca son isotrópicas, y para definir y comprender mejor el material, se introducen las definiciones con las que tiene relación, (Nettles, 1994, págs. 1-2), (ASTM D3878, 2007, pág. 3):

- **Laminado**: Material formado por capas o láminas (término intercambiable) superpuestas pegadas, es decir un ensamble perfectamente unido de pliegues individuales de un compuesto en una dirección que define la orientación de los pliegues dentro del laminado (Mortesen, 2007).
- **Lamina**: Según la ASTM D3878-07, es la subunidad de un laminado que consiste de uno o más pliegues adyacentes del mismo material con orientación idéntica (ASTM D3878, 2007, pág. 3).
- **Plieque o capa**: Desde el punto de vista de preimpregnados, (Niu, 1992, pág. 52) lo define como una sola capa de material preimpregnado del término en inglés “*prepreg*”.
- **Ortotrópico**: Diferentes propiedades mecánicas en los tres ejes mutuamente perpendiculares. Un laminado simétrico y balanceado tiene los pliegues orientados paralelos o equilibrados a dos ejes perpendiculares, a una escala macroscópica estos

materiales pueden ser tratados como materiales homogéneos ortotrópicos (Daniel & Ishai, 1994, pág. 162).

- **Homogéneo**: Las propiedades del material son indiferentes de punto a punto en el mismo. El compuesto tiene dos fases claramente identificables (resina y fibra), sin embargo, a una escala macroscópica se generaliza como homogéneo para la respuesta elástica
- **Direcciones principales del material**: Direcciones paralela y perpendicular a las fibras en la lámina
- **Laminado balanceado**: para cada capa ubicada a un ángulo positivo, hay otra ubicada a un ángulo negativo, con el mismo espesor y propiedades, y según (Hyer, 1998, pág. 298) no importa el lugar en que está ubicada en el espesor del laminado (Daniel & Ishai, 1994, pág. 157)
- **Laminado de capas angulares (angle ply)**: Capas de igual espesor y material laminadas a un ángulo θ positivo y/o negativo. Estos laminados tienen a cortante tanto mayor rigidez como propiedades de resistencia que los laminados a cero-noventa grados, (Kaw, 2006, pág. 372)
- **Laminados simétricos**: Un laminado es simétrico las placas están ubicadas a manera de espejo sobre su plano medio geométrico, es decir, que por cada capa de un lado de un plano de referencia (medio en la superficie) le corresponde una capa a igual distancia del plano de referencia en el otro lado con características idénticas, tales como espesor, orientación y propiedades (ver Figura 4.1.5)

Figura 4.1.5 Laminado simétrico con capas idénticas y equidistantes

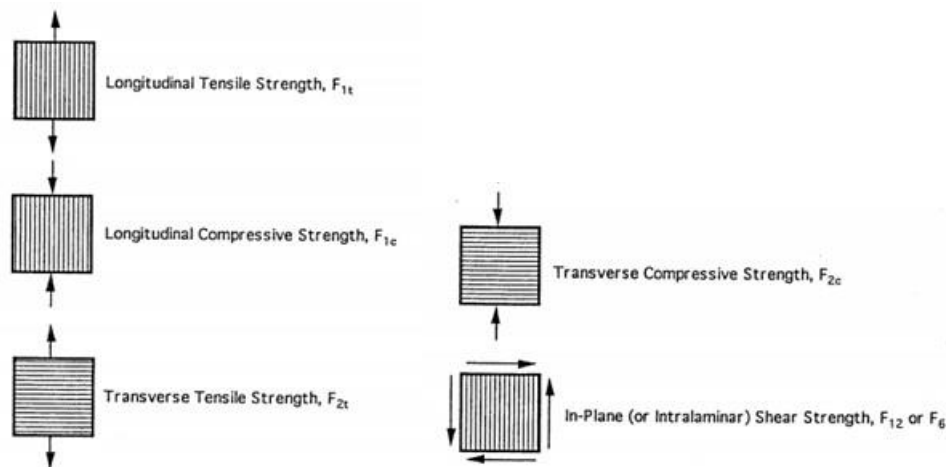


Fuente: (Daniel & Ishai, 1994, pág. 154).

- **Anti simétrico**: O “no simétrico”, laminado cuyas capas (mismo material y espesor) están a un mismo ángulo (pero signo contrario) y a una misma distancia desde el centro medio geométrico (Kaw, 2006, pág. 372)

El material compuesto puede ser diseñado y elaborado por diferente número de láminas de material unidireccional, en una o más direcciones con el fin de que el material desarrollado presente un comportamiento isotrópico, pues representa una mayor confiabilidad en su puesta en funcionamiento (Feraboli & Masini, 2004, pág. 325) (Fernlund, y otros, 2002, pág. 347). En la Figura 4.1.6, se observan diversos esfuerzos paramétricos a los que pueden estar sometidas las láminas unidireccionales.

Figura 4.1.6 Esfuerzos en láminas Unidireccionales



Fuente: (Daniel & Ishai, 1994, pág. 107)

Es de anotar, que los materiales laminados son complejos, y así mismo lo es su deterioro, ya que altos niveles de humedad puede producir en la resina un proceso de plastificación, degradación de las fibras y/o fallas en la interface. En algunos casos se presenta disminución de T_g hasta de 20°C por cada 1% de humedad absorbida (Akay, Kong, Mun, & Stanley, 1997, pág. 565).

Al igual que otros materiales la mecánica de materiales compuestos puede ser resuelta mediante el uso de tres principios básicos: las ecuaciones de equilibrio estático, basadas en la segunda Ley de Newton, las relaciones de esfuerzo-deformación y las ecuaciones de compatibilidad geométrica. Puede haber solución independiente para las tres ecuaciones de los sistemas estáticamente determinados, y para los estáticamente indeterminados se puede hacer uso simultáneo de las ecuaciones para su solución (Gibson, 2007, págs. 34-35). Con la presunción de que ambos materiales de un compuesto son lineales elásticos, se puede deducir que el comportamiento de todo será linealmente elástico. Sin embargo, un material compuesto sometido a estados de carga específicos, no necesariamente sus componentes fibras y matriz, tienen el mismo valor y dirección de las tensiones producidas en la matriz y el refuerzo. Al utilizar las relaciones constitutivas, se suponen las tensiones y deformaciones medias del material compuesto (Bonet, Mecánica de Lámina, 2008, pág. 31)

De las respuestas obtenidas a partir de las cargas aplicadas en un punto con una dirección específica se conoce el comportamiento de los materiales compuestos, el cual depende de las propiedades de resistencia y rigidez en cada una de las direcciones (Jones, 1999, págs. 12-13). El comportamiento mecánico de los materiales compuestos, ya sea isotrópico, ortotrópico y anisotrópico (Daniel & Ishai, 1994, pág. 153), dependen de las propiedades del sistema laminado y su composición heterogénea y anisotrópica, tal como lo afirma (Gibson, 2007, pág. 33), donde las propiedades cambian sobre un eje de estudio de la matriz a la fibra. En el eje coordenado de la capa, se denotan como direcciones 1, 2 y 3 las paralelas a la fibra, perpendiculares a la fibra y a través del espesor, respectivamente (direcciones principales). En el eje coordenado del laminado, se denota "x" como la

dirección de aplicación de la carga (eje axial del molde), y como la dirección perpendicular a x , y z en la dirección del espesor y perpendicular a x e y . Se denomina como ángulo de capa al formado entre el eje 1 de la lámina y el eje x del laminado.

Al material compuesto del sistema laminar empleado se le denominará como placa, ya que así se considera a cualquier forma delgada, como un cascarón.

En la mecánica de laminados, siempre y cuando el material no está dañado y sufre deflexiones pequeñas, se asume que (Nettles, 1994, pág. 11):

- El espesor es muy pequeño comparado con las otras dimensiones
- Las capas están perfectamente unidas
- Líneas perpendiculares a la superficie del laminado permanecen rectas y perpendiculares a la misma luego de la deformación y no cambian su longitud (según (Hyer, 1998, pág. 219) esto es la hipótesis de *Kirchhoff*)
- Las láminas y el laminado como tal son linealmente elásticos
- Se desprecian el esfuerzo y las deformaciones a lo largo del espesor

Se asume para este proceso de manufactura, que el laminado resultante es no simétrico, ya que el bobinado fabrica una capa a un ángulo negativo, seguida de una capa a un ángulo positivo, de manera que las capas en la parte inferior al plano medio geométrico no son del orden inverso (espejo) a las de la parte superior al mismo. El tipo de laminado es de capas angulares, debido a que las capas están a un mismo ángulo pero solo varía su sentido.

El ángulo de cada capa se toma positivo si está girada en el sentido de giro de las manecillas del reloj, con respecto a la dirección del laminado, o negativo si está en el sentido contrario. El espesor de cada capa se denomina t_{pp} (espesor del pre impregnado, o de fibra con resina) y el espesor del laminado se denomina t .

De acuerdo con (Hyer, 1998, pág. 126), se han elaborado modelos de resistencia de materiales, denominados como ley de mezclas, los cuales parten de una celda unitaria que representa una combinación de fibra-resina, a la cual se le aplica un esfuerzo en el sentido de la fibra y otro en el sentido transversal. Para el material, se tienen: el modelo para el módulo elástico en la dirección de la fibra (Ecuación 4.8), en la dirección transversal (Ecuación 4.9), para la relación de *Poisson* o relación de deformación por contracción en la dirección 2 entre la deformación por elongación en la dirección 1 (Ecuación 4.10) y para el módulo a cortante axial (Ecuación 4.11). Además, se conoce la relación existente entre los módulos en cada una de las dos direcciones con la relación de *Poisson* para la condición de isoesfuerzo e isodeformación (Rodríguez Adaime, 2013, pág. 5) (Ecuación 4.12). En estas, V^f y V^m son el porcentaje de fibra y de matriz en volumen y E_1^f y E_2^f los módulos de la fibra en dirección 1 y 2, respectivamente; ν_{12}^f la relación de *Poisson* entre direcciones 2 y 1 de la fibra; E^m el módulo de la resina; ν^m la relación de *Poisson* de la matriz; G_{12}^f y G^m los módulos a cortante de la fibra en el plano 1-2 y de la matriz, respectivamente.

$$E_1 = E_1^f V^f + E^m V^m = E_1^f V^f + E^m (1 - V^f)$$

Ecuación 4.8 Módulo de Young en la dirección 1 de la capa, (Hyer, 1998, pág. 128)

$$E_2 = \frac{1}{\frac{V^f}{E_2^f} + \frac{(1 - V^f)}{E^m}}$$

Ecuación 4.9 Modelo del módulo de Young en la dirección 2 de la capa, (Hyer, 1998, pág. 132)

$$v_{12} = v_{12}^f V^f + v^m (1 - V^f)$$

Ecuación 4.10 Modelo de la relación de *Poisson* entre la dirección 2 y la 1 de la capa, (Hyer, 1998, pág. 130)

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{V^f}{G_{12}^f} + \frac{(1 - V^f)}{G^m}}$$

Ecuación 4.11 Modelo del módulo a cortante, (Hyer, 1998, pág. 139)

$$v_{21} = v_{12} E_2 / E_1$$

Ecuación 4.12 Relación entre *Poisson* y los módulos de Young, (Nettles, 1994, pág. 4)

(Nettles, 1994), brinda la relación matricial entre esfuerzos y deformaciones con la matriz reducida de rigidez llamada [Q] en el eje de coordenadas de la capa, ver Ecuación 4.13.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.13 Relación matricial de esfuerzo-deformación, (Nettles, 1994, pág. 6)

Donde los componentes de la matriz de rigidez están dados por la Ecuación 4.14. El componente de la posición 3,3 de la matriz tiene subíndices 6,6 ya que proviene de la solución para un material ortotrópico a partir de un anisotrópico.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - v_{12}v_{21}}, & Q_{12} &= \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - v_{12}v_{21}}, & Q_{66} &= G_{12} \end{aligned}$$

Ecuación 4.14 Componentes de la matriz [Q], (Nettles, 1994, pág. 6)

Las cargas no coinciden con las direcciones principales de la lámina, por lo cual esta es referida como “*generalmente ortotrópica*” y para su análisis los esfuerzos y deformaciones deben transformarse a coordenadas que coincidan con los ejes de aplicación de carga, o ejes del material laminado, ver (Nettles, 1994, pág. 6). Luego de implementar una matriz de

transformación de coordenadas, para llevar la Ecuación 4.13 al eje coordenado de la placa, se define la relación entre los esfuerzos y las deformaciones con la matriz transformada de rigidez de la lámina o Q-Barra en la Ecuación 4.15. Esta muestra el denominado acople de extensión-cortante cuando las capas se cargan a una dirección diferente a las principales y ocurre cuando \overline{Q}_{16} y \overline{Q}_{26} son diferentes de cero.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.15 Relación matricial transformada de esfuerzo-deformación, (Nettles, 1994, pág. 10)

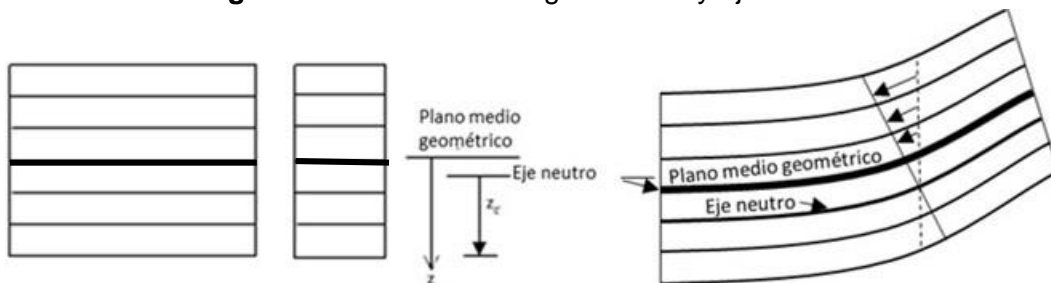
Donde los componentes de la matriz transformada de rigidez están dados para cada ángulo de orientación de cada lámina, en la Ecuación 4.16, y dependen del ángulo de cada capa, obteniendo una matriz Q barra para cada capa del laminado.

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\ \overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{12}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \\ \overline{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^3\theta\sin\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\cos\theta\sin^3\theta \\ \overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\ \overline{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \end{aligned}$$

Ecuación 4.16 Componentes de la matriz reducida de rigidez de la lámina, (Nettles, 1994, pág. 9)

Los laminados no simétricos no tienen el eje neutro en el plano medio geométrico, por lo cual los esfuerzos no están distribuidos de manera uniforme con respecto al plano medio geométrico, a lo largo del espesor, ver Figura 4.1.7.

Figura 4.1.7 Plano medio geométrico y eje neutro



Fuente: Modificado de (Kaw, 2006, pág. 433)

El efecto de la Figura 4.1.7, debe introducirse en las matrices constitutivas, añadiendo los momentos generados por las distribuciones de deformaciones, como se explica a continuación, y nótese que cada una se reescribió generalizándola para un laminado en función de su espesor.

Con la Ecuación 4.17 se halla la matriz extensional de rigidez, la cual relaciona los esfuerzos normales y las deformaciones (así como el módulo de Young) aunque los términos A_{16} y A_{26} relacionan los esfuerzos cortantes con las deformaciones normales y deformaciones cortantes con los esfuerzos normales.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\overline{Q}_{ij}]_k t_k = [\overline{Q}_{ij}^{-\theta} + \overline{Q}_{ij}^{+\theta}] t/2$$

Ecuación 4.17 Componentes de la matriz extensional de rigidez, el término t es el espesor del laminado, (**Nettles, 1994, pág. 24**), expresión final de la igualdad deducida por el autor

Con la Ecuación 4.18 se halla la matriz de rigidez de acoplamiento, la cual relaciona las deformaciones de flexión (o curvaturas de la placa) con los esfuerzos normales, pero las componentes B_{16} y B_{26} relaciona las deformaciones de torsión con los esfuerzos normales y las deformaciones cortantes con los esfuerzos flectores. El término $\left(\frac{h_k + h_{k-1}}{2}\right)$ es la distancia desde el plano medio geométrico al centro de la k -ésima capa.

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n [\overline{Q}_{ij}]_k t_k \left(\frac{h_k + h_{k-1}}{2}\right)$$

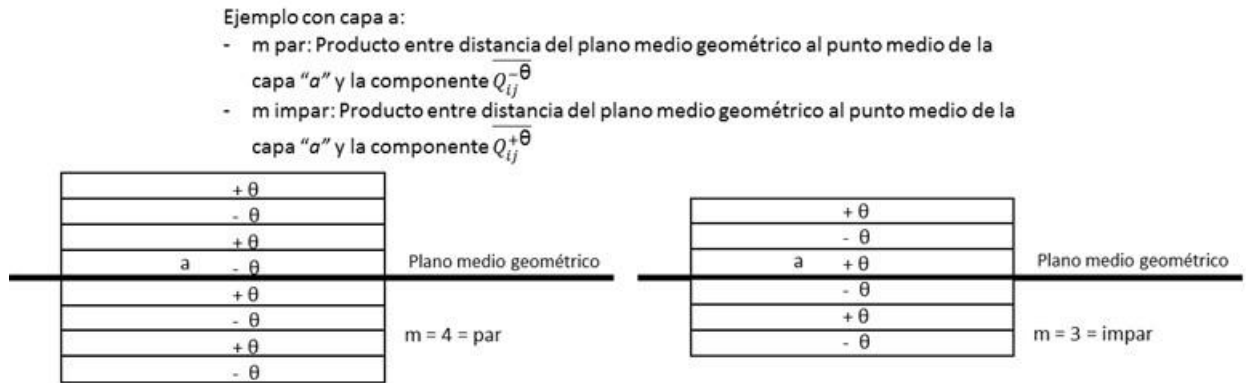
Ecuación 4.18 Matriz de rigidez de acoplamiento, (**Nettles, 1994, pág. 24**)

A partir de la Ecuación 4.18 se dedujo la expresión para hallar la matriz de rigidez de acoplamiento B_{ij} en función del espesor del laminado, para cualquier valor de este, en la Ecuación 4.19. El número de capas desde el plano medio geométrico (m) puede ser par o impar y depende del total de número de capas que componen el espesor. Si es par o impar, el orden de apilamiento de las capas a un ángulo positivo o negativo es diferente y por tanto, varía el producto entre la distancia del punto medio del espesor de cada capa hasta el plano medio geométrico y el componente respectivo de la matriz transformada de rigidez. En la Figura 4.1.8 se muestra que de los términos de B_{ij} varían para el caso par o impar.

$m = t/2t_{pp}$, parte entera	
Si m es par	$B_{ij} = \sum_{k=1}^{m/2} \left[\left[\overline{Q}_{ij}^{-\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(4k-3)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{+\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(4k-1)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{+\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(-4k+3)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{-\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(-4k+1)}{2} \right] \right]$
Si m es impar	$B_{ij} = \sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-0.5} \left[\left[\overline{Q}_{ij}^{+\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(4k-3)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{-\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(4k-1)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{-\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(-4k+3)}{2} \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{+\theta} t_{pp} \frac{t_{pp}(-4k+1)}{2} \right] \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{+\theta} t_{pp} * t_{pp} \left(\frac{t}{2t_{pp}} - 0.5 \right) \right] + \left[\overline{Q}_{ij}^{-\theta} t_{pp} * t_{pp} \left(\frac{-t}{2t_{pp}} + 0.5 \right) \right]$

Ecuación 4.19. Matriz de rigidez de acoplamiento B_{ij} , deducida a partir de la Ecuación 4.18

Figura 4.1.8 Orden de apilamiento geométrico



Fuente: Autor

Con la Ecuación 4.20 se determina la matriz de rigidez a flexión, la cual relaciona la cantidad de curvaturas de la placa con los momentos flectores y el último término relaciona el segundo momento de cada capa con respecto al plano medio geométrico.

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k \left(\frac{t_k^3}{12} + t_k \left(\frac{h_k + h_{k-1}}{2} \right)^2 \right)$$

Ecuación 4.20 Matriz de rigidez a flexión, (Nettles, 1994, pág. 25)

A partir de la Ecuación 4.20 se dedujo la expresión para hallar la matriz de rigidez a flexión D_{ij} en función del espesor del laminado, para cualquier valor que este tome, en la Ecuación 4.21. Al igual que la matriz B_{ij} , la matriz D_{ij} es diferente si el número de capas es par o impar.

$m = t/2t_{pp}$, parte entera	
Si m es par	$D_{ij} = \sum_{k=1}^{m/2} \left[\left[\overline{Q_{ij}^{-\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(4k-3)}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\overline{Q_{ij}^{+\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(4k-1)}{2} \right)^2 \right) \right] \right. \\ \left. + \left[\overline{Q_{ij}^{-\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(-4k+3)}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\overline{Q_{ij}^{+\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(-4k+1)}{2} \right)^2 \right) \right] \right]$
Si m es impar	$D_{ij} = \sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-0.5} \left[\left[\overline{Q_{ij}^{-\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(4k-3)}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\overline{Q_{ij}^{+\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(4k-1)}{2} \right)^2 \right) \right] \right. \\ \left. + \left[\overline{Q_{ij}^{-\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(-4k+3)}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\overline{Q_{ij}^{+\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t_{pp}(-4k+1)}{2} \right)^2 \right) \right] \right] \\ + \left[\overline{Q_{ij}^{-\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{t}{2t_{pp}} - 0.5 \right)^2 \right) \right] + \left[\overline{Q_{ij}^{+\theta}} \left(\frac{t_{pp}^3}{12} + t_{pp} \left(\frac{-t}{2t_{pp}} + 0.5 \right)^2 \right) \right]$

Ecuación 4.21 Matriz de rigidez a flexión, deducida a partir de la Ecuación 4.20

A partir de las matrices anteriores y conociendo la expresión para las deformaciones en el plano medio (ε_x^0) y los esfuerzos resultantes en unidades de fuerza por unidad de longitud (N_x), es posible determinar los módulos elásticos. Se muestra la Ecuación 4.22 para el

módulo de Young en la dirección “x”, donde los esfuerzos y las deformaciones están dados en forma matricial en función de los determinantes de las matrices vistas previamente. Las ecuaciones para los demás módulos elásticos y las relaciones de Poisson para el laminado se muestran en el [Anexo C](#).

$$E_x = \frac{N_x}{\varepsilon_x^0} = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}} * \frac{1}{t}$$

Ecuación 4.22. Módulo de Young en x, (Nettles, 1994, pág. 35)

Para caracterizar el material, se define la matriz de rigidez del laminado (Ecuación 4.23) que depende del espesor, las propiedades del material de la lámina, la ubicación de cada capa y la orientación de las fibras. Esta también es llamada la matriz ABD y se deriva de la hipótesis de Kirchhoff, las definiciones de los esfuerzos resultantes y de asumir un estado plano de esfuerzos, ver (Hyer, 1998, pág. 290), (Benjamin, 2009, págs. 342-343):

$$\text{Matriz ABD} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.23 Matriz de rigidez del laminado o matriz ABD, (Hyer, 1998, pág. 290)

Para invertir la matriz de rigidez del laminado se puede seguir con la Ecuación 4.24, invirtiendo primero las matrices de rigidez: extensional, de acoplamiento y a flexión (Hyer, 1998, pág. 290), (Benjamin, 2009, págs. 342-343):

Matrices parcialmente inversas	Matrices inversas
$[A^*] = [A]^{-1}$	$[A'] = [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*]$
$[B^*] = -[A]^{-1}[B]$	$[B'] = [B^*][D^*]^{-1}$
$[C^*] = [B][A]^{-1}$	$[C'] = -[D^*]^{-1}[C^*]$
$[D^*] = [D] - [B][A]^{-1}[B]$	$[D'] = [D^*]^{-1}$

Ecuación 4.24 Matrices inversas, (Nettles, 1994, pág. 22)

Finalmente se puede obtener las deformaciones y curvaturas de la superficie de referencia (plano medio geométrico) conociendo las cargas (incluyendo los momentos generados) e implementando la Ecuación 4.25. Esta ecuación es de gran importancia en el análisis de

estructuras compuestas, como afirma (Hyer, 1998, pág. 290). Sin embargo, solamente se trabajó para el diseño el esfuerzo resultante por la carga a tracción (N_x), y el momento sobre el eje “y” (M_y).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} & A'_{16} & B'_{11} & B'_{12} & B'_{16} \\ A'_{12} & A'_{22} & A'_{26} & B'_{12} & B'_{22} & B'_{26} \\ A'_{16} & A'_{26} & A'_{66} & B'_{16} & B'_{26} & B'_{66} \\ C'_{11} & C'_{12} & C'_{16} & D'_{11} & D'_{12} & D'_{16} \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{26} & D'_{12} & D'_{22} & D'_{26} \\ C'_{16} & C'_{26} & C'_{66} & D'_{16} & D'_{26} & D'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.25 Deformaciones en el plano medio geométrico y curvaturas de la placa (K), (Nettles, 1994, pág. 22)

Para el esfuerzo resultante se definió el área de la sección transversal de la pala en función del espesor, Ecuación 4.26, y se empleó la Ecuación 4.27, en función del mismo con un resultado por unidad de longitud y tomando para la fuerza aplicada el valor de la fuerza centrífuga. M_y tiene el valor del momento generado por las fuerzas centrífugas.

$$A = \frac{[(\pi(18)^2) - (\pi(18 - t)^2)]}{2} + (2 * 112t) + (10t)$$

Ecuación 4.26 Área de la sección transversal del elemento de diseño, ver 4.2.2 Fabricación del molde

$$N_x = \overline{\sigma}_x * t = \frac{F_c}{A} * t$$

Ecuación 4.27 Esfuerzo resultante en función del espesor, resuelto de (Nettles, 1994, pág. 16)

La densidad del material compuesto, que es constante, se determinó con la Ecuación 4.28, despreciando las porosidades del material como primer acercamiento y relacionando las constantes V_f (Fracción volumétrica de la fibra = %fibra, asumido del 0.6), ρ_f (densidad de la fibra) y ρ_m (densidad de la masa). Esta a su vez depende de la masa y del volumen (que depende del espesor). Despejando de esta se determinó el valor de la masa para un volumen en función de un espesor dado. El valor de $\rho_f = 1.80 \text{ g/cm}^3$ se obtuvo del fabricante de la fibra, ver el [Anexo A](#); el de $\rho_m = 1.25 \text{ g/cm}^3$ es el valor medio de la densidad de la resina epóxica, ver (Hyer, 1998, pág. 26), obteniendo la densidad para el material compuesto de $\rho_c = 1.58 \text{ g/cm}^3$. La fracción volumétrica de la fibra pudo asumirse alta ya que en el proceso de bobinado de filamentos se usan porcentajes altos, logrando valores de altos esfuerzos, según (Parnas & Ardiç, 2001, pág. 104).

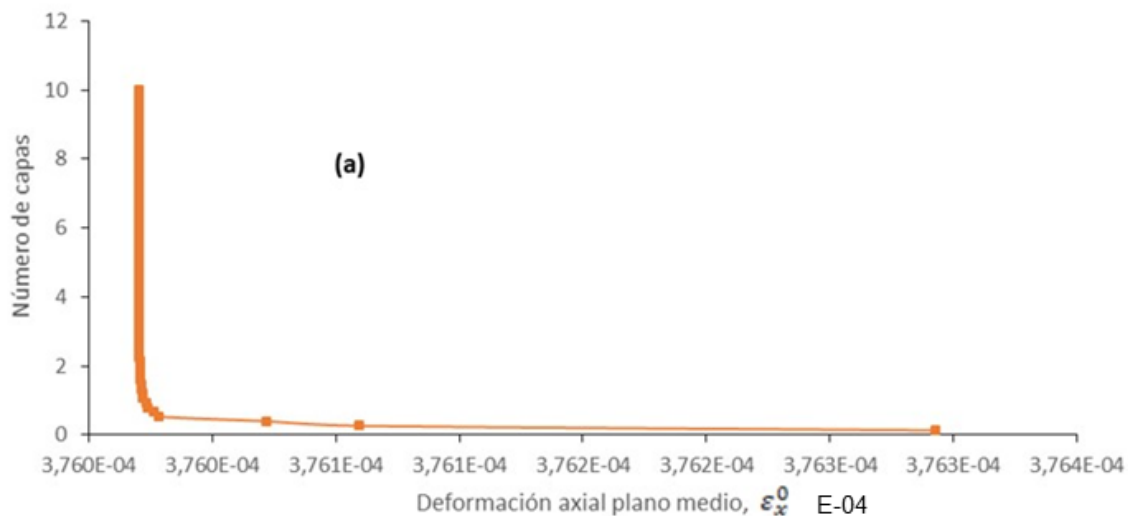
$$\rho_c = V_f(\rho_f - \rho_m) + \rho_m = m/V$$

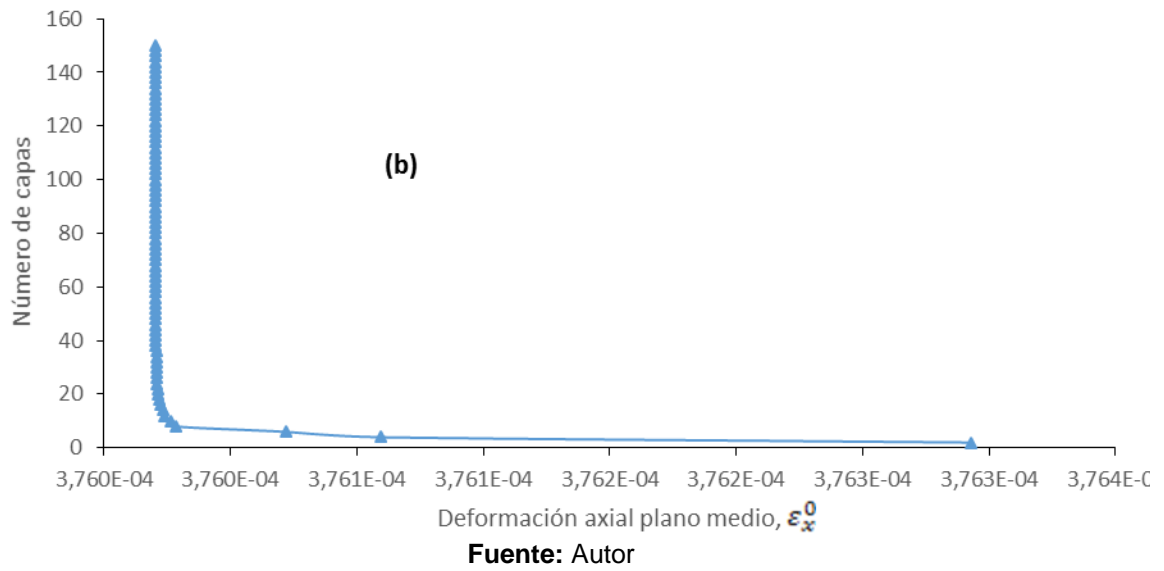
Ecuación 4.28 Densidad del material compuesto, despejado de (Bonet, Botero, & Fontana, Ensayos Normalizados de Caracterización, 2012, pág. 9)

MatLab es una ayuda computacional de programación, apropiada para desarrollar de manera exacta expresiones matemáticas y que permite ahorrar tiempo de diseño, al evitar realizar cálculos a mano. El nombre de este programa viene de *Matrix Laboratory* y con él se pueden trabajar muy bien sistemas matriciales.

En el programa MatLab se introdujeron desde la Ecuación 4.8 hasta la Ecuación 4.28, organizando un ciclo iterativo, que calculara cada valor para un espesor. El espesor se trabajó como un rango desde 0.13334 hasta 10.005 mm, aumentando cada 0.13334 mm, es decir, 75 iteraciones para un aumento de capas de dos en dos (debido a que para que sea balanceado el laminado se debe fabricar de dos en dos capas, cada una intercala un ángulo positivo y otro negativo por el proceso de bobinado de filamentos). El código diseñado se muestra en el [Anexo D](#). Luego de obtener los resultados iterados se generaron: la Figura 4.1.9, para el espesor del laminado en relación con la deformación axial y el número de capas en el laminado a cada iteración; la Figura 4.1.10 para la variación entre el espesor del laminado, el módulo elástico y el número de capas. Los datos con los que se obtuvieron las curvas se muestran en el [Anexo E](#).

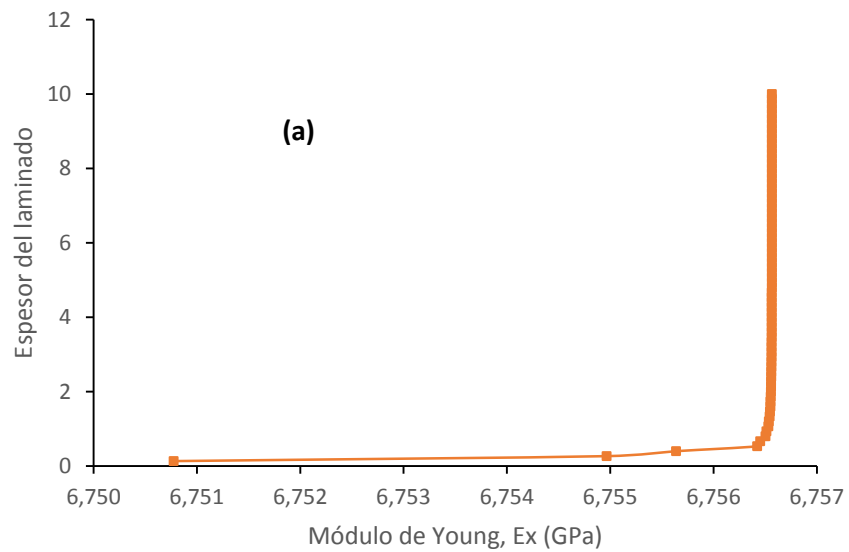
Figura 4.1.9 Espesor (a) y número de capas del laminado (b) vs Deformación axial

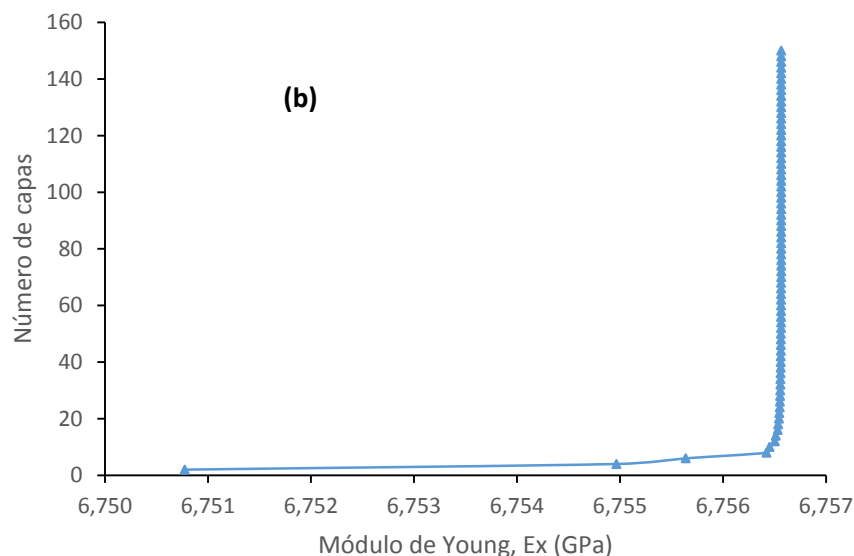




Como puede observar en la Figura 4.1.9, las deformaciones fueron constantes desde las catorce capas.

Figura 4.1.10 Espesor (a) y capas del laminado (b) vs Módulo Elástico en x





Fuente: Autor

Como puede observar en la Figura 4.1.10, a partir de las catorce capas la propiedad de módulo de elasticidad presentó pocas variaciones, evidenciando un material más congruente en sus propiedades mecánicas. La fuerza de sustentación que genera la pala, para cada espesor, se calcula implementando la Ecuación 4.3 y la Ecuación 4.4, y los valores se muestran en el [Anexo E](#). Esta es el 7,15 % de la fuerza centrífuga de la pala, concordando con (Montgomery, 1964, pág. 14), quien afirma que la fuerza de sustentación que aporta cada pala es cercana al siete por ciento de la carga centrífuga en el elemento. El número de capas para fabricar la pala fue $n = 20$, ya que es número de capas mínimo para la construcción que permite elevar el peso del helicóptero UAV.

Luego de la selección del número de capas y, por ende, el espesor, se caracterizó el elemento y se recopilaron algunas de las propiedades del laminado en la Tabla 4.1.4. Las características de la pala se muestran en el [Anexo F](#).

Tabla 4.1.4 Algunas propiedades del laminado

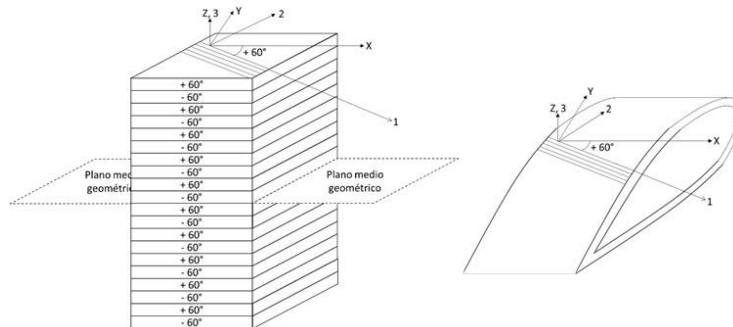
Símbolo (Unidad)	Nombre	Valor
ABD (Varias)	Matriz de rigidez del laminado	$\begin{bmatrix} 21120,84 & 36375,59 & 0 & 0 & -4,5475 \times 10^{-13} & 625,99 \\ 36375,59 & 109249,06 & 0 & -4,5475 \times 10^{-13} & 1,8190 \times 10^{-12} & 1918,17 \\ 0 & 0 & 36784,75 & 625,99 & 1918,17 & 0 \\ 0 & -4,5475 \times 10^{-13} & 625,99 & 3129,32 & 5389,51 & 0 \\ -4,5475 \times 10^{-13} & 1,8190 \times 10^{-12} & 1918,17 & 5389,51 & 16186,66 & 0 \\ 625,99 & 1918,17 & 0 & 0 & 0 & 5450,13 \end{bmatrix}$
$\underline{\sigma}$ (Varias)	Tensor esfuerzos y momentos	$\begin{bmatrix} 3,39 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 11784,07 \\ 0 \end{bmatrix}$

Símbolo (Unidad)	Nombre	Valor
$\underline{\varepsilon}$ (Varias)	Tensor deforma- ciones y curvaturas	$\begin{bmatrix} 375,97 \\ -125,19 \\ -0,0392 \\ -2,94 \\ 1,71 \\ 8,8018 * 10^{-07} \end{bmatrix}$
E_x (GPa)	Módulo de Young, dirección x	6,75654
G_{xy} (GPa)	Módulo elástico a cortante, cara x con dirección y	27,4166
ν_{xy} (-)	Relación de Poisson, entre deformacione s de plano y e x	-0,33300

Fuente: Autor

En cuanto a la nomenclatura, el laminado conformado por veinte capas se denomina como: $[(\pm 60)_{10}]_T$. Para facilitar la comprensión del orden de apilado de capas y de los ejes coordenados del laminado se presenta la Figura 4.1.11. En esta se aprecia que encima y debajo del plano medio geométrico hay diez capas, o cinco pares de capas a ± 60 grados; además, se muestra la pala con sus ejes coordenados (a la derecha), conformada por el laminado de la izquierda. Como se muestra en la Figura 4.1.11, se asumió como primer acercamiento al análisis del laminado que la pala no tiene un agujero central, se toma como un cascarón cuyas láminas están una contigua a la otra.

Figura 4.1.11 Apilado de capas y ejes coordenados del sistema laminar $[(\pm 60)_{10}]_T$



Fuente: Autor

Luego de tener definido el espesor del laminado (número de capas), y conociendo las deformaciones en el plano medio geométrico, se pudo hallar tanto cada deformación en las láminas, como los esfuerzos que actúan en cada lámina generando esas deformaciones. Para determinar la distribución de deformaciones en cada capa, relacionadas con las del plano medio geométrico y el espesor correspondiente, se implementó la Ecuación 4.29. Posteriormente, esta se llevó al eje local, implementando la matriz de transformación (Ecuación 4.30), obteniendo la Ecuación 4.31.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.29 Deformación en cada capa a partir de las del plano medio. Z es la distancia desde el plano medio. (Nettles, 1994, pág. 14)

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.30 Matriz de transformación, para llevar tensores de propiedades del eje global, al eje local, (Nettles, 1994, pág. 8)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.31 Deformaciones en los ejes locales, mostrado por (Nettles, 1994, pág. 70)

Las deformaciones longitudinales en el laminado son máximas en la primera y última lámina, cuya magnitud es la misma, y son debidas a cargas de tracción y compresión generadas por la sustentación (que somete al elemento a flexión). La distribución de las deformaciones longitudinales es lineal, como en el caso de los laminados simétricos y son mostradas en la Figura 4.1.12 para la cara superior e inferior de cada lámina en los ejes globales; y en los ejes locales se representan en la Figura 4.1.13 , teniendo como guía el ejemplo de (Nettles, 1994, pág. 71).

Figura 4.1.12 Distribución de deformaciones en cada lámina en dirección X

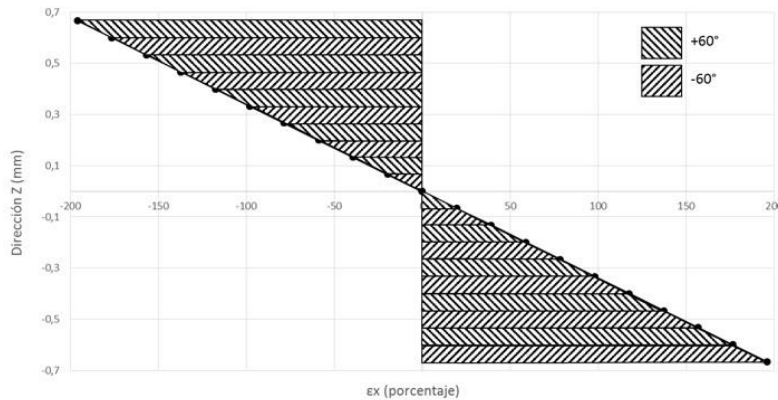
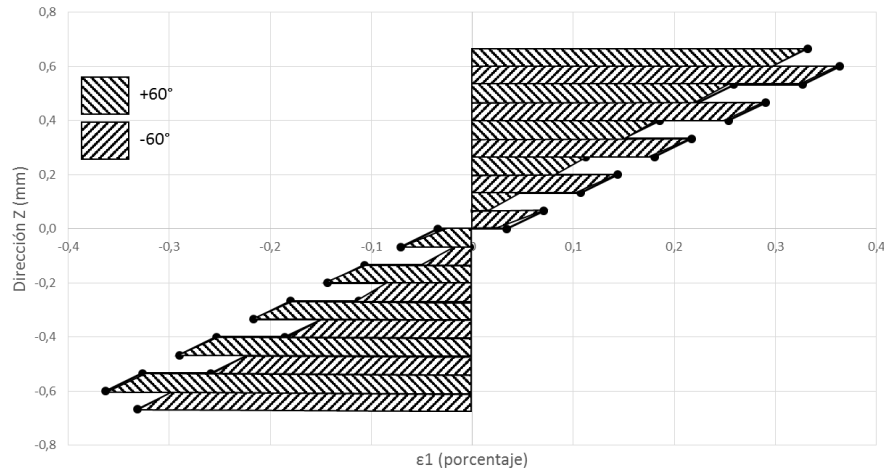


Figura 4.1.13 Distribución de deformaciones longitudinales en dirección 1



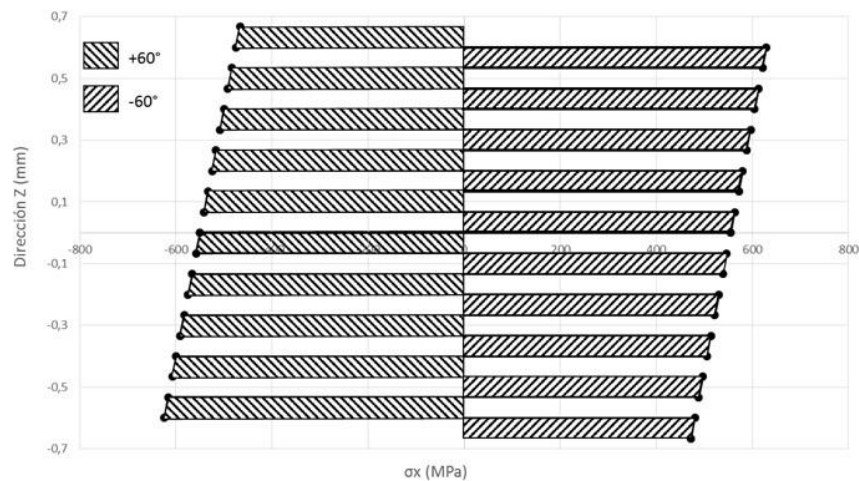
Luego de conocer las deformaciones (ε_x^0 , ε_y^0 , γ_{xy}^0) y curvaturas (K_x , K_y , K_{xy}) totales equivalentes en el plano medio geométrico, se halló el esfuerzo en cada capa del laminado que los genera al implementar la Ecuación 4.32. En esta, los términos \overline{Q}_{ij} se calcularon en función del ángulo de cada capa a la que se hallaba el esfuerzo.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

Ecuación 4.32 Esfuerzo en cada lámina, (Nettles, 1994, pág. 15)

En la Figura 4.1.14 se puede apreciar la distribución de esfuerzos axiales a través del espesor del laminado, tomando como referencia para el desarrollo la gráfica de (Nettles, 1994, pág. 62), estos concuerdan con las deformaciones máximas.

Figura 4.1.14 Distribución de esfuerzos axiales en dirección X



Posteriormente, los esfuerzos se transformaron a las direcciones de la fibra, como se hizo con las deformaciones, implementando la matriz de transformación. Los datos calculados de deformaciones y esfuerzos, se muestran en el [Anexo G](#).

4.2 PROCESO DE MANUFACTURA

4.2.1 Agente desmoldante

A continuación se relaciona la nomenclatura con la cual se desarrolló el análisis posteriormente explicado:

t_{hilo}	=	espesor del hilo
V_{us}	=	volumen de hilo a usar
PM	=	proporción de mezcla
L_f	=	longitud de hilo a usar
a	=	longitud de pieza (molde)
t_{pp}	=	prepreg de hilo/resina
t_{hilo}	=	espesor del hilo
t_{resina}	=	espesor de la resina
$V_{r/e}^{total}$	=	volumen resina/endurecedor
A	=	área sección transversal
$\%_{fibra}$	=	fracción de volumen de hilo, asumido 0.6, al igual que (Solarte, 2010)
$\%_{\frac{resina}{endurecedor}}$	= $\%_{\frac{r}{e}}$	= fracción de volumen de resina-endurecedor, asumido 0.4

La resina sube su temperatura en el proceso de curado, que es iniciado por un endurecedor. El endurecedor (catalizador) y el desmoldante con base en agentes siliconados contienen solventes, que son agentes corrosivos. En el proceso de bobinado para FRP (Polímero Reforzado con Fibras) se implementan diferentes químicos. Se seleccionó madera blanda (balso) para el experimento, y para protegerla de dichos químicos, se propuso el uso de papel de aluminio, logrando buenos resultados tanto en acabado, como en facilidad de manejo.

Para lograr buenas propiedades en el compuesto FRP, la literatura (donde también fueron implementadas las ecuaciones, ver (Solarte, 2010, págs. 54, 59, 60)) recomienda una proporción en la mezcla del compuesto de 60% fibra y 40% resina (Ecuación 4.35). Según (Bonet, Botero, & Fontana, Micromecánica, 2012, pág. 11) los compuestos de alto rendimiento pueden llegar al 65 % de porcentaje de fibra en volumen.

La resina reacciona con el endurecedor a una proporción para la mezcla (recomendada por el fabricante) de 100 p.p. de resina a 20 p.p. de endurecedor. Las ecuaciones que se implementaron fueron:

$$t_{hilo} = \frac{\text{espesor final}}{\text{número de capas}}$$

Ecuación 4.33 Espesor del hilo

$$V_{us} = A * a$$

Ecuación 4.34 Volumen de hilo a usar

$$PM = \%_{fibra} / \%_{\frac{resina}{endurecedor}}$$

Ecuación 4.35 Proporción de la mezcla

$$L_f = \frac{\%_{fibra} * V_{us}}{a * t_{tela}}$$

Ecuación 4.36 Longitud del hilo

$$t_{pp} = \frac{V_{us}}{a * L_f}$$

Ecuación 4.37 Espesor del prepreg (hilo/resina)

$$t_{pp} = t_{fibra} + t_{resina}$$

Ecuación 4.38 Espesor del prepreg en función del espesor del hilo y de la resina

$$V_{r/e}^{total} = 2 * \%_{\frac{r}{e}} * V_{usar}$$

Ecuación 4.39 Volumen resina/endurecedor

$$V_{r/e}^{total} = V_r + V_e = V_r + 0.2V_r$$

Ecuación 4.40 Volumen resina/endurecedor en función del volumen de resina y de endurecedor

A partir de ahora, al nombrar resina, se hace referencia a la mezcla de esta con el endurecedor.

Se determinó el espesor del hilo de carbono de la siguiente manera: Se enrolló una tira de hilo de carbono de manera que se obtuvieran 50 capas. Con el calibrador tipo vernier, aplicando presión, se midió el espesor final y se implementó la Ecuación 4.33.

El espesor del hilo de carbono se determinó con el calibrador tipo vernier (Espesor final = 2.10 ± 0.05 mm). La lámina de balsa se dividió en cuatro partes de forma cuadrada (Figura 4.2.1), para cuatro tratamientos:

- Primer tratamiento: La resina se aplicó directamente sobre el balsa.
- Segundo tratamiento: Se posicionó una lámina cuadrada de papel de aluminio sobre el balsa y sobre ésta lámina se aplicó la resina.
- Tercer tratamiento: Se aplicaron dos capas de cera desmoldante CP500 sobre el balsa. Se añadió una lámina cuadrada de papel de aluminio. Sobre éste, se aplicó la resina.
- Cuarto tratamiento: Se posicionó una lámina cuadrada de papel de aluminio sobre el balsa. Se añadieron dos capas de desmoldante sobre la lámina de aluminio. Se aplicó la resina encima de la capa de desmoldante aplicada.

Figura 4.2.1 Cuatro áreas para cuatro tratamientos



Fuente: Autor

Se hallaron las cantidades de volumen de resina y endurecedor de la siguiente forma: Conocido el espesor final del hilo medido para 50 capas, de la Ecuación 4.33 se encontró que $t_{tela} = 0.04 \text{ mm}$.

Si se bobinan 6 capas sobre el molde de balsa (donde para cada una $t_{tela} = 0.04 \text{ mm}$) y la longitud trabajada en cada tratamiento es de 6 cm, entonces, de la Ecuación 4.34:

$$V_{us} = A * a = 60 * 0.24 * 60 = 864 \text{ mm}^3$$

La longitud del hilo usada fue (Ecuación 4.36):

$$L_f = \frac{\%_{fibra} * V_{us}}{a * t_{tela}} = \frac{0.6 * 864}{60 * 0.04} = 216 \text{ mm}$$

El espesor de prepreg (hilo + resina) fue (Ecuación 4.37):

$$t_{pp} = \frac{V_{us}}{a * L_f} = \frac{864}{216 * 60} = 0.07 \text{ mm}$$

Remplazando de la Ecuación 4.38:

$$t_{resina} = t_{pp} - t_{fibra} = 0.07 - 0.04 = 0.03 \text{ mm}$$

De la Ecuación 4.39:

$$V_{r/e}^{total} = 2 * \%_{r/e} * V_{usar} = 2 * 0.4 * 864 = 691.2 \text{ mm}^3$$

Luego de hallado el volumen de resina/endurecedor a usar, y dado que 100 p.p. de resina llevan 20 p.p. de endurecedor, se obtiene de la Ecuación 4.40:

$$V_r = \frac{691.2}{1.2} = 576 \text{ mm}^3 = 0.6 \text{ cm}^3$$

$$V_e = 691.2 - 576 = 115.2 \text{ mm}^3 = 0.1 \text{ cm}^3$$

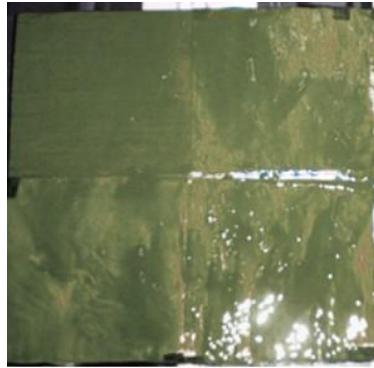
Como fueron 4 tratamientos:

$$V_r = 2.4 \text{ cm}^3$$

$$V_e = 0.4 \text{ cm}^3$$

Los volúmenes hallados para la resina y el endurecedor son los usados en el proceso de bobinado para una longitud y área de sección transversal del molde. Hallados de esta forma, se usa la cantidad exacta. En la Figura 4.2.2 se aprecia cada tratamiento esperando finalizar el tiempo de curado. Luego que se cura la resina, se examinó el estado final y el proceso de desmolde para cada tratamiento.

Figura 4.2.2 Resina curándose



Fuente: Autor

- **Primer tratamiento:**

La resina se adhirió al balsa. Luego del bobinado y posterior curado, el FRP presentaría grandes dificultades para desmoldar, como se aprecia en la Figura 4.2.3, que en el proceso de moldeo, o se dañaría el molde, o se perjudicarían capas de FRP.

Figura 4.2.3 Desmoldando

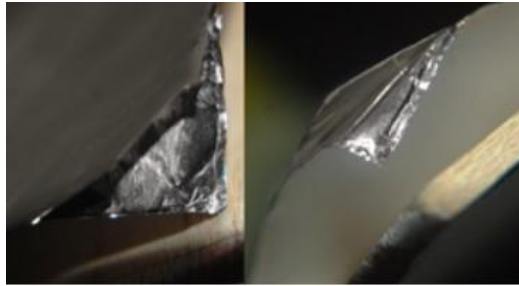


Fuente: Autor

- **Segundo tratamiento:**

El papel de aluminio no se pega de la madera balsa, la resina se desmolda con gran facilidad del aluminio (Figura 4.2.4) y además el acabado de la resina es liso, sin burbujas de aire y toma la forma plana del papel de aluminio que está simplemente puesto sobre el balsa.

Figura 4.2.4 Agente desmoldante: papel aluminio



Fuente: Autor

- **Tercer tratamiento:**

El desmoldante no se adhirió muy bien al balsa, dejando zonas secas (Figura 4.2.5). El aluminio se retiró con facilidad, aunque de forma similar al segundo tratamiento.

Figura 4.2.5 Agente desmoldante: cera y aluminio



Fuente: Autor

- **Cuarto tratamiento:**

El desmoldante no se esparce homogéneamente sobre la superficie del aluminio. Al aplicar la resina sobre el desmoldante encima del aluminio, quedan burbujas, debido a las irregularidades de la superficie causadas por el desmoldante. Las burbujas son zonas sin resina, que disminuyen las propiedades del FRP por discontinuidad de polímero (vacío).

Se analizaron los tratamientos para encontrar el más apropiado para el bobinado de FRP, que brinde facilidad de desmolde, no afecte las propiedades del polímero y cuyo acabado sea excelente.

El primer tratamiento se descartó, pues el desmolde no fue práctico. El tercer tratamiento resultó redundante, pues el aluminio no se pega al balsa, no es necesario el desmoldante. El cuarto tratamiento se descartó por mal acabado (aunque sea interno para el bobinado en el molde), afecta las propiedades del polímero (zonas de vacíos) aunque es de fácil desmolde. El seleccionado fue el segundo tratamiento, del cual se escoge como elemento desmoldante al aluminio mismo, ya que no se pegó al balsa, no afectó las propiedades del polímero y el acabado es excelente (superficie plana y lisa). La cera desmoldante no se esparció de manera uniforme y homogénea (Figura 4.2.6), además resultó redundante en un tratamiento, encontrándose que la madera se pandeó por el efecto de calor de los tratamientos.

Figura 4.2.6 Efecto de la cera desmoldante a) sin adherencia b) pandeo



Fuente: Autor

En la presente práctica se probaron varias opciones para proteger a un molde de pala del contacto con la resina. Se experimentó con varios tratamientos, usando aluminio y variando el orden de aplicación de los materiales implementados. El aluminio es altamente resistente a la corrosión. Se determinó el volumen de resina y endurecedor para cada tratamiento. El aluminio aisló muy bien al balsa, fue fácil de desmoldar. La cera desmoldante no dio buenos acabados y fue difícil de esparcir de manera homogénea sobre la superficie aplicada.

4.2.2 Fabricación del molde

El molde preliminar se implementó en la máquina para ensayar su respuesta a la tensión del hilo, propia del proceso de manufactura. El resultado fue la destrucción del balsa, luego que varias capas aportaron una compresión que superó su resistencia. Sin embargo, cada costilla de aglomerado permaneció intacta como se puede observar en las zonas resaltadas en la Figura 4.2.7. A partir de esta observación, se rediseñó el molde, cambiando solamente el material que no soportó la tensión del hilo, es decir, el balsa. El material con el que se reemplazó, es un aglomerado que se consigue comercialmente con el nombre de MDF (Madeflex), y se implementó debido a que era el material de las costillas (que quedaron intactas) y presentó un buen desempeño como molde.

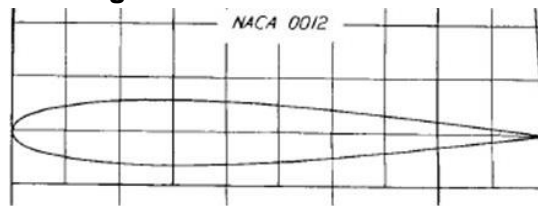
Figura 4.2.7 MDF intacto



Fuente: Autor

Con la implementación de un software CAD, se dibujó el perfil con las dimensiones de diseño: La longitud de la cuerda fue de 13 cm y al ser un perfil NACA 0012 el espesor del perfil es 12% de la cuerda, igual a 1.56 cm. La nomenclatura del perfil permite, además de caracterizarlo, realizar un dibujo a escala del mismo para una correcta implementación en casos de diseño, conservando así las características aerodinámicas en función de la longitud de la cuerda. La Figura 4.2.8 muestra el perfil NACA 0012 que se espera obtener al finalizar el modelo, utilizado en autogiros y helicópteros.

Figura 4.2.8 Perfil NACA 0012



Fuente: (Abbott, Doenhoff, & Stivers, Jr., 1945, pág. 71)

Para generar el molde de las dimensiones de la pala, se cortaron 33 costillas de MDF (el espesor de cada una fue de 9 mm) y se ubicó cada una sobre la otra para cubrir el total de la longitud de la pala. Tres ejes las mantuvieron en su posición (como se muestra en la Figura 4.2.9). El eje principal de rotación fue una varilla roscada de 9,53 mm (3/8 in), y dos de 4,7 mm (3/16 in) serán un soporte adicional para las costillas y las encargadas de transmitir el par rotor de forma pareja a lo largo de toda la pieza; esto disminuye las vibraciones y asegura que el molde gire uniformemente. La firmeza es un factor importante debido a que depende de una rotación constante para el bobinado correcto del hilo de fibra de Carbono con resina. Para transmitir el torque del eje principal (9,53 mm) a los auxiliares (4,7 mm), se hizo pasar el alambre acerado a través de un agujero de 3 mm taladrado en la sección transversal del eje principal y se enrolló en los auxiliares; esta unión se fijó con arandelas y tuercas a cada varilla.

Para cortar el material se pueden implementar diversas herramientas, tales como caladora, disco abrasivo, sierra manual; pero para un excelente acabado, alta repetitividad y rapidez de corte, acabado perfecto poco desperdicio de material y alta exactitud en corte, se recomienda la cortadora a láser.

Finalmente, para proteger la superficie del molde y evitar que absorba resina (que generaría adhesión al compuesto), se protegió con el desmoldante previamente seleccionado: papel de aluminio mantenido en posición con adhesivo para madera. Este molde para la pieza prototipo es económico, liviano, resistente, reusable.

Figura 4.2.9 Ensamblaje del molde



Fuente: Autor

4.2.3 Diseño del material compuesto

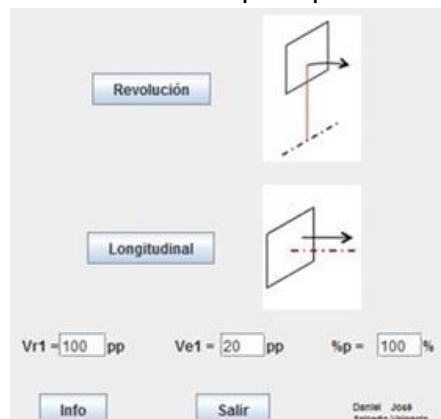
Para cada material a fabricar en FC/EP y calcular la cantidad de resina/endurecedor y de fibra a implementar es necesario conocer el área de la sección transversal, como se

evidenció en el apartado anterior. Debido a que son varias ecuaciones las que se deben implementar para determinar la cantidad de resina, endurecedor y fibra; a que se necesita exactitud, a que se debe disminuir el tiempo invertido en los cálculos, y para facilitar el proceso de cálculo, se elaboró un archivo ejecutable (.exe) programado en Java, con la ayuda de la información de (EISC, Universidad del Valle). El archivo se llama “*Calcular Volumen Resina-Endurecedor Ver 1.1*” y para poder ejecutarlo en un computador es necesario tener instalado JRE 7 (Java Runtime Environment, versión 32 bits) disponible en la [página web del fabricante: http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/downloads/index.html](http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/downloads/index.html). Al instalar java, no cambiar la ruta de instalación por defecto del programa.

Después de la imagen de saludo, tener en cuenta que si la ventana inicial aparece gris al abrirla, basta con minimizarla y luego al restaurarla aparecerá como se muestra en la Figura 4.2.10. En la ventana principal se debe especificar el área de la sección transversal para el proceso, ya sea por revolución del molde o si se implementó uno longitudinal. Por defecto, se toman valores para partes de endurecedor (Ve1 en pp) y partes de resina (Vr1 en pp) de 100 y 20, respectivamente, a mezclar para una correcta proporción de resina-endurecedor. Estos valores los entrega el fabricante (ver el [Anexo B](#)), y en caso de ser diferentes, deben introducirse de nuevo. También se puede ingresar el valor del %p (porcentaje debido a la permeabilidad de la fibra más un desperdicio (entregada por el proveedor, se asume 100%).

El botón rotulado como *Info*, muestra en una ventana de texto los datos sobre las variables y ecuaciones con las cuales el programa opera, además de información acerca del software y datos del programador. Al seleccionar el proceso de revolución, como aplica en nuestro proceso, se piden los datos de la proporción de mezcla (PM) de fibra más resina-endurecedor. Se mantiene por defecto una proporción de 60% fibra y 40% resina-endurecedor, utilizado en la literatura, ver (Solarte, 2010). Se debe introducir el valor en milímetros de espesor del hilo o de la tela a usar como refuerzo en el proceso. De la lista desplegable se puede seleccionar el tipo de área de revolución, dependiendo si es rectangular, semicircular, triangular o trapezoidal, siendo estas unas formas geométricas básicas.

Figura 4.2.10 Ventana principal del Software



Fuente: Autor

Con este software se puede calcular fácilmente la cantidad lineal de fibra necesaria para el proceso y el volumen en centímetros cúbicos tanto de resina como de endurecedor.

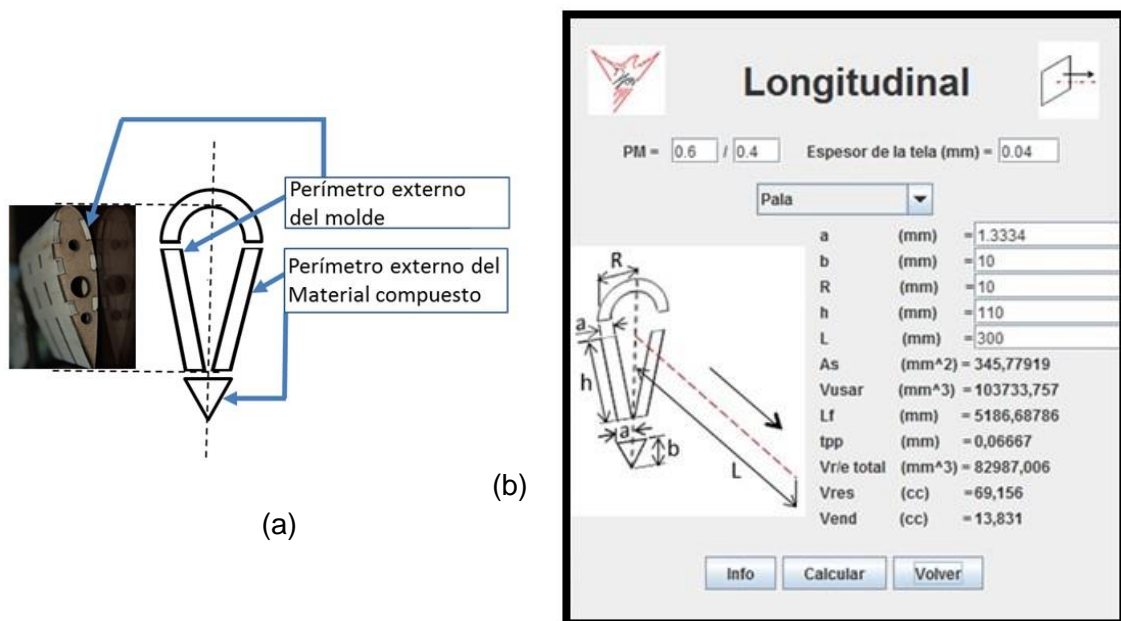
Si el área de la sección transversal es compleja y está en rotación alrededor de un eje, como es el caso del presente proyecto, se propone que dicha área se tome como si el molde estuviera estático y sobre este se añadiera el material, es decir, que se aproxime a un proceso longitudinal. En este, el valor del área se aproxima dividiendo la sección transversal a manufacturar en una serie de sub áreas de geometría sencilla, como se muestra en la Figura 4.2.11 (a), tomando la sección de la pala como la combinación de varios elementos de geometría simple y conocida. En este caso, el software dispone convenientemente de la opción “Pala”, para un molde longitudinal, ver Figura 4.2.11 (b). En los espacios de texto se deben introducir los valores geométricos del área en revolución.

En la Figura 4.2.11 (b) se muestran los valores aproximados de las variables que se implementaron para determinar el volumen de resina y endurecedor para la fabricación de una pala. En esta, el valor de “a” se tomó como 1.3334 mm, ya que fue el espesor teórico que tendrían las veinte capas (valor mínimo de diseño).

Los valores obtenidos fueron:

- Volumen de resina en centímetros cúbicos, $V_{res} = 69.16 \text{ cm}^3$
- Volumen de endurecedor en centímetros cúbicos, $V_{end} = 13.83 \text{ cm}^3$
- Longitud de fibra por rollo en metros, $L_f = 5.2 \text{ m}$

Figura 4.2.11 Sección de la pala (a) Geometría y (b) Cálculos



Fuente: Autor

4.2.4 Fabricación de la pala

La máquina bobinadora de hilos se muestra en la Figura 4.2.12. Esta se controla por medio de un software que se explicará a continuación.

Figura 4.2.12 Máquina bobinadora de hilos



Fuente: Autor

El programa necesario para el manejo y control de la bobinadora de filamentos del Laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados se denomina IPOS plus® COMPILER MOVITOOLS® B. Por medio de este se implementa la aplicación Anillos.IPC, y en la Tabla 4.2.1 se relacionan las variables más llamativas que maneja, a lo que corresponde, el nombre, y el valor en el que se encuentra por defecto.

Tabla 4.2.1 Variables más llamativas de la aplicación

VARIABLE	Variable	VALOR	NOMBRE
H0	Velocidad del molde	3781	VeloMolde
H1	Velocidad con que el carro se posiciona al inicio del molde	500	Velocidad
H2	Velocidad de trabajo para construir el anillo	150	Velocidad1
H3	Posición absoluta del molde, inicio de la oscilación	40000	posicion1
H4	Rango de la oscilación, longitud del molde	10960	posicion2
H8	Número de capas a realizar	20	capas
H9	Contador número de capas	0	Contador
H18	Según valor, para realizar entre dos tipos de anillos	0	TipoAnillo
H19	Según valor, permite la detención por software de la máquina	1	PararMaquina
H20	Tiempo de curado	120000	TCurado
H22	Velocidad del molde para curado	9452	VCurado
H23	Ángulo de enrollamiento	45	Angulo
H24	Ángulo de enrollamiento	55	Angulo2
H25	Ángulo de enrollamiento	50	Angulo3
H26	Radio mandril en mm	25	RadioMandril
H27	Velocidad para el ángulo	0	VeAngulo
H28	Velocidad para el ángulo2	0	VeAngulo2
H29	Velocidad para el ángulo3	0	VeAngulo3

Fuente: Autor, mostrando las variables del software

Cuando se introduce valor 1 a la variable PararMaquina, el software cambia el valor de TipoAnillo a 0.

Al prender la máquina, lo primero que el software hace es llevar al carro porta fibra al extremo de su eje (para ubicar este valor con el primer sensor) y finalmente al otro extremo, donde un segundo sensor le indica la posición cero del sistema.

Dependiendo el valor que se seleccione para la variable *TipoAnillo* (entre 1-4), se tendrán tres casos diferentes para manufactura. A continuación se explican los pasos que se realizan en cada caso del programa, explicando cómo funciona el código de la misma:

Caso 1: Cilindros largos

Lleva al carro con la rapidez de la variable *Velocidad* hasta la *posicion1*.

_Wait(2000)

Transmite el valor de *VeloMolde*.

_Wait(700); Espera 6 segundos para iniciar las siguientes funciones.

Ingresa al carro el valor de *Velocidad1*, a *Contador* lo lleva a cero y le suma 1. Mientras *Contador* es diferente de cero, lleva al carro a *posicion2*, espera 6 segundos, lo lleva a *-posicion2* y espera 6 segundos.

Una vez que *Contador* es igual a *capas*, la velocidad del molde se hace cero y espera 1000, luego va a *posicion1*.

Se hace *TipoAnillo* igual a cero y se detiene la operación (*Break*)

Caso 2: Anillos cónicos

Lleva al carro con la rapidez de *Velocidad* hasta *posicion1*.

_Wait(2000)

Transmite el valor de *VeloMolde*, espera 6 segundos.

Ingresa al carro el valor de *velocidad1*, a *contador* lo lleva a cero y:

Mientras *contador* es múltiplo de dos y es diferente de cero, determina la posición del carro relativa al anillo cónico en función de la pendiente del anillo cónico (lineal) para las capas impares. Lleva el carro a *-posicion3* y espera 6 segundos.

Si *contador* es igual a cero, determina la posición del carro relativa al anillo cónico en función de la pendiente del anillo cónico (lineal) para las capas pares. Lleva el carro a *posicion4* y espera 6 segundos.

Suma 1 al *contador*.

Cuando *contador* es igual a *capas*, lleva al carro a *posicion1*, lo frena, espera 6 segundos, hace *TipoAnillo* igual a cero y *Break*.

Caso 3: Anillos rectos

Lleva al carro con la rapidez de *Velocidad* hasta *posicion1*.

_Wait(2000)

Transmite el valor de *VeloMolde*, espera 6 segundos.

A *contador* lo lleva a cero y:

- Mientras *contador* < *capas* y es múltiplo de 3

- Si *contador* es múltiplo de 2 y es diferente de cero:
Con la velocidad de diez veces *VeAngulo3*, lleva al carro a *-posicion2* y espera 6 segundos.
- Si *contador* es múltiplo de 2 y es diferente de cero:
Con la velocidad de diez veces *VeAngulo3*, lleva al carro a *posicion2* y espera 6 segundos.
- Pero si *contador* no es múltiplo de 3, identifica si es par o impar la capa:
 - Si *contador* es múltiplo de 2 y es igual a cero:
Con la velocidad de diez veces *VeAngulo2*, lleva al carro a *-posicion2* y espera 6 segundos.
 - Si *contador* es múltiplo de 2 y es diferente de cero:
Con la velocidad de diez veces *VeAngulo*, lleva al carro a *posicion2* y espera 6 segundos.

Cuando *contador* es igual a *capas*, lleva al carro a *posicion1*, espera 1000, lo frena, hace *TipoAnillo* igual a cero y *Break*.

Caso 4: Curado

Al molde le pone la velocidad de *VCurado*

Cuando el tiempo de curado está en cero y es menor al *TCurado*, hace una pausa, luego hace un conteo hasta llegar a *TCurado*.

Cuando llega al *TCurado*, frena al molde, hace *TipoAnillo* igual a cero y *Break*.

El método que se implementó fue el caso 1 del programa *Anillos.IPC*, ya que es el apropiado para longitudes de molde mayores a dos centímetros; y el caso 4, para que la resina se distribuya uniformemente sobre el elemento mientras cura; los demás casos fueron diseñados para un proceso de fabricación de anillos.

La pala se toma como un elemento cilíndrico, cuya sección transversal es un perfil convexo y para su construcción debe manipularse el ángulo de bobinado, de manera que se debe hacer una tabla de variaciones entre la velocidad de rotación angular del molde, la velocidad de traslación del carro que posee la fibra y el ángulo de bobinado que resulta.

Al variar la velocidad angular del molde y mantener la velocidad de traslación del carro que aporta la fibra, se evidenció que a medida que el molde giraba más rápido la longitud bobinada aumentaba, al igual que el ángulo y como se buscaban ángulos pequeños, se optó por dejar constante la velocidad de giro del molde. En cambio, se realizó una variación de la velocidad de traslación del carro porta-resina, midiendo el ángulo de bobinado que se generaba, y evitando llevar el motor a sus máximas revoluciones permisibles (límite= 3000 rpm). De esta forma, y con ayuda de la Tabla 4.2.2, se determinó que el menor ángulo posible para la implementación en el proceso fue de sesenta grados.

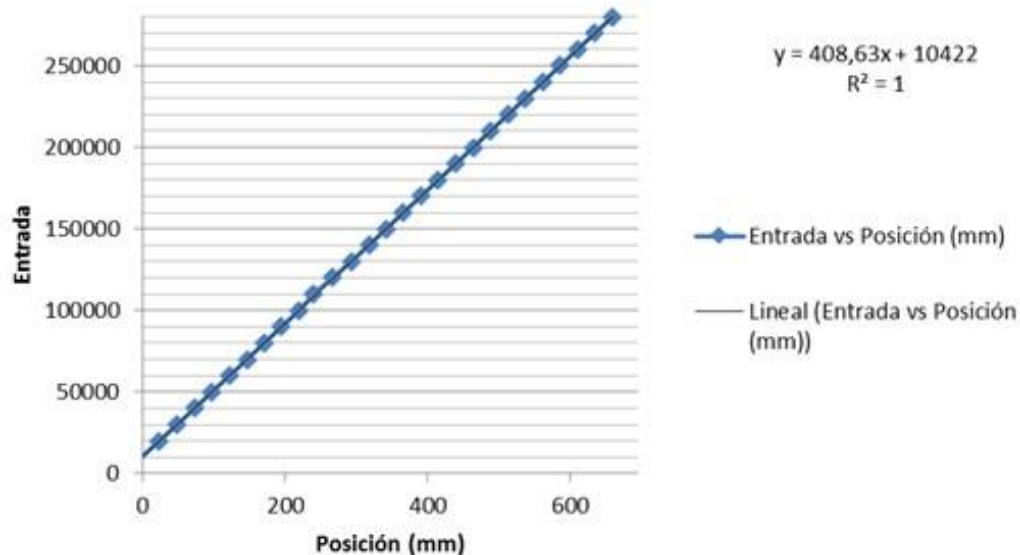
Tabla 4.2.2 Ángulo de bobinado a una velocidad dada

Velocidad1 (rpm)	Ángulo (grados)
150	83
200	82
250	80
300	79
500	76
1000	69
2900	60

Fuente: Autor

Para controlar la máquina e introducir correctamente los parámetros, se necesita conocer la relación entre la magnitud que se introduce al software y la respuesta en milímetros, ya que el programa no tiene especificación de las unidades en que se introducen los valores. Se realizó un mapeo de valores introducidos a la máquina y su respuesta en el desplazamiento del carro porta-fibra, desde el cero del sistema hasta el valor máximo posible. Se debe tener en cuenta que el hilo está ubicado treinta milímetros a la derecha del cero del sistema (el cual es su sensor de posición cero absoluto). Estos valores se muestran en la gráfica de valor introducido en función de la distancia desplazada de la máquina, Figura 4.2.13. En esta, se puede observar una relación lineal entre los valores introducidos y las respuestas de desplazamiento, por lo tanto, puede aproximarse rápidamente el valor deseado con ayuda de la pendiente de la gráfica, es decir, multiplicando el valor de posición buscado en milímetros por 400 (valor aproximado), obtenido de la ecuación de comportamiento lineal de la Figura 4.2.13.

Figura 4.2.13 Variable de Entrada al software vs Posición del hilo

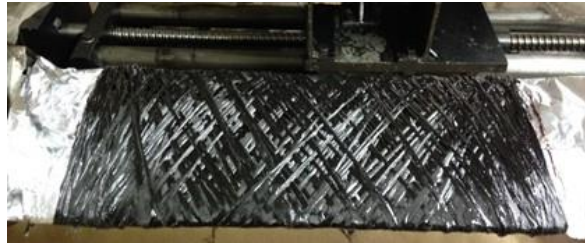


Fuente: Autor

Primera Fabricación: Preliminar I

Luego de ubicar al molde en el mandril de la máquina, y teniendo el software en ejecución, se procedió a determinar el número de pasadas (veces que el carro puede cambiar de dirección de aplicación de la fibra) máximas que se podían trabajar, sin que la viscosidad de la resina aumentara hasta el punto en que tuviera poca impregnación, es decir, el número máximo de pasadas (que estaban limitadas por el aumento de la viscosidad de la resina) determinan el tiempo de trabajo por pieza. Con la primera fabricación preliminar, se determinó que el número máximo de pasadas fue de 182, para un tiempo máximo de trabajo de 26 minutos. Esta pieza fabricada (Figura 4.2.14), evidenció muchos espacios entre los hilos, de modo que fabricar con un rollo de fibra de carbono no sería suficiente para obtener una pieza totalmente cubierta, en el tiempo de trabajo dado y con la menor cantidad de pasadas posible.

Figura 4.2.14 Pieza fabricada con un rollo a 182 pasadas



Fuente: Autor

Otro factor a resaltar, es el acabado superficial:

- Los filamentos quedaron propensos al daño por corte, con posibilidades de enredos con objetos del entorno
- Agentes químicos podrían retenerse en las cavidades, aumentando el riesgo de daños por corrosión
- Debido a discontinuidades superficiales que generarían cambios de presión en el aire, el desempeño aerodinámico sería diferente al esperado
- La transmisión de esfuerzos entre capas sería pobre, debido a la ausencia de matriz en los espacios entre filamentos

Para solventar estos inconvenientes, se propuso un paso final: añadir resina a la superficie, al terminar de añadir las capas, y mientras el mandril está girando para que la reparta de forma homogénea, mejorando el acabado. Este se probó en la segunda prueba preliminar.

En la Figura 4.2.15 se muestra la pieza al momento de desmoldarla, debido a que cada costilla era independiente de las demás (es decir, no estaban adheridas una a la otra), al momento de desmoldar se retiró una a una con ayuda de los ejes roscados, haciendo presión sobre ellas con cada giro de la varilla. De esta manera, cada costilla caía fuera del perfil bobinado. En la misma figura, se evidencia que la tensión generada por el hilo en el proceso era mayor en el borde de fuga, que en el borde de ataque, es decir, en el proceso la fuerza aportada por la tensión en el molde fue diferente en toda la curvatura.

Figura 4.2.15 Desmolde de la pieza y Evidencia de la alta tensión del hilo



Fuente: Autor

Segunda Fabricación: Preliminar II

Como se concluyó en la anterior preliminar que un rollo de fibra de carbono no sería suficiente para cubrir todo el molde con material, esta vez se implementaron tres rollos, aumentando el ancho del hilo.

Se evidenció que a medida que la fibra pre impregnada era ubicada en los extremos del molde, el carro porta-resina se frenaba en esa posición, permitiendo que la fibra alcanzara a rellenar ese lugar. Este cambio de dirección de la fibra generaba acumulación en los extremos (ver Figura 4.2.16), sin embargo, esto facilitaba que cada filamento se ubicara junto al de la pasada anterior, es decir, a un desfase igual al ancho del filamento, de modo que a un número de capas a determinar, se generara una lámina de material compuesto.

Figura 4.2.16 Generación de las capas ángulo a $\pm\theta$, vista del extremo del molde

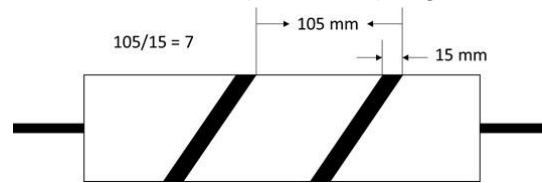


Fuente: Autor

En la mecánica de laminados trabajada en el apartado 4.1.2, se concluyó que veinte era el número de capas a fabricar, sin embargo, el bobinado de filamentos ubica el material sobre el molde a medida que el carro porta-resina se mueve a lo largo de su eje (a lo que llamaremos una “pasada”), dejando espacios sin material. Se determinó, con ayuda del bosquejo de la Figura 4.2.17, que la distancia entre los hilos ubicados en una pasada fue de 105 mm, y al conocer que el ancho de hilo era de 15 mm, se obtuvo que el número mínimo de pasadas que cubrirían la superficie en su totalidad fueron siete. Debe tenerse en cuenta que para completar una en un sentido, el proceso realiza dos capas: positivo y negativo. Conociendo el número de capas a fabricar e implementando una regla de tres: si 7 pasadas hacen 1 capa, el número de pasadas debe ser 140, para generar las 20 necesarias. Se comporta lineal debido a que el proceso se manipula para que en cada capa

siguiente, el hilo se ubique junto al anterior, rellenando los espacios vacíos que quedaban en el proceso por no controlar la ubicación de los mismos en cada pasada. Estos espacios deben cubrirse con el material compuesto en el proceso.

Figura 4.2.17 Número de pasadas que generan una capa



Fuente: Autor

Se tuvo en cuenta el acabado final, añadiendo la capa de resina para proteger las fibras y obtener la superficie lisa, pero se evidenciaron imperfecciones o defectos en las zonas donde no hubo refuerzo de fibra, ya que la resina no se aferró en su totalidad, como se puede apreciar en la Figura 4.2.18. Aunque en esta se realizaron 14 pasadas, se puede observar que quedaron zonas vacías, por lo que, al alejarse del proceso ideal, se debió implementar una variación al mismo, como se explica a continuación.

Figura 4.2.18 Zonas defectuosas de la matriz de la Preliminar II



Fuente: Autor

Tercera Fabricación: Prototipo

Luego de implementar las correcciones establecidas en las pruebas previas, se fabricó la pala prototipo. Se implementaron las 140 pasadas necesarias, y se logró ubicar cada hilo contiguo al otro con una variación en el desplazamiento del carro porta resina: Cada vez que el carro alcanzaba los extremos del molde era necesario detenerlo en esa posición mientras el molde continuaba girando para, de esa manera, controlar el sitio en el que el hilo se posicionaría en relación a los existentes, rellenando cada espacio con cada nueva pasada. La pala prototipo se muestra en la Figura 4.2.19, con 20 capas, totalmente cubierta y con una capa de resina para protección y mejor acabado superficial.

Figura 4.2.19 Vistas de la pala Prototipo luego de desmoldar



Fuente: Autor

Se evidenciaron altas concentraciones de burbujas en la resina del acabado final. Aparte de defectos por manufactura, se reconocen dos tipos de vacíos: cavidades sin resina entre fibras de carbono; y vacíos en zonas ricas en resina (burbujas), o entre láminas, que pueden ser generados por los volátiles producidos en el ciclo de curado de la resina termoestable, como en el proceso mismo de mezclar catalizador (endurecedor) con resina (Miravete, y otros, 2007, págs. 733-735). Según (Hull D. , 1981, pág. 75), la resistencia a cortante interlaminar decrece alrededor del 7% por cada 1% de vacíos, de manera consecutiva hasta un total de 4% de vacíos.

Se encontró que las tensiones generadas sobre el molde por la cortante que se genera al desmoldar la pieza fueron altas, como se observa en la Figura 4.2.20. Esto ocurre por la alta compresión alcanzada en el proceso, por ubicar hilos a tensión que compactan las capas previamente bobinadas, ver (Barbero, 1998, pág. 58), y si la tensión varía en la superficie se pueden generar zonas de acumulación de resina. El papel de aluminio se deformó en el proceso de extracción de la pala, pero protegió la superficie del molde.

Figura 4.2.20 Evidencia de tensiones superficiales al desmoldar



Fuente: Autor

Los hilos fueron ubicados sobre la geodésica del molde, esto es, sobre un camino que recorren filamentos a tensión sin presentar deslizamiento sobre el material, ver (Barbero, 1998, págs. 56-57), aunque deslizamiento puede aparecer a un tamaño de espesor mayor. Si esto llegase a ocurrir, (Barbero, 1998, pág. 58) recomienda detener el proceso y esperar hasta que la resina a ese espesor aumente su viscosidad para poder continuar con el proceso, con disminución de deslizamiento.

En cuanto al acabado interno, se pudo apreciar una superficie lisa con capas compactadas; pero también algunas fibras sueltas, lo que se podría considerar como un defecto del proceso de manufactura, ya que evidencia un nivel de carencia de resina, ver Figura 4.2.21. Aunque esto puede deberse a la compactación misma, que obligaría a la resina a alejarse del molde y fluir hacia la superficie externa del compuesto.

Figura 4.2.21 Acabado interno de la pala, vista interna de ambos extremos



Fuente: Autor

4.2.5 Normatividad asociada al proceso

Según (Miravete, y otros, Materiales Compuestos I, 2007, pág. 752), las normas ASTM asociadas al proceso filamentario por enrollamiento continuo y su evaluación de calidad de piezas manufacturadas por este proceso son:

- D2290. Determinación de la Resistencia aparente de piezas tubulares de plástico
- D2291. Fabricación de aros de ensayo de compuestos reforzados con fibra de vidrio
- D2585. Preparación y ensayo resistente de depósitos a presión fabricados por enrollamiento continuo
- D2586. Resistencia a compresión hidrostática de cilindros de plásticos reforzados con vidrio

Sin embargo, son asociados a sistemas tubulares que están asociados a otro tipo de productos, para los cuales no se pueden asociar a la presente investigación.

5. PRUEBAS DE CARACTERIZACIÓN

Las características propias de heterogeneidad de los materiales compuestos, son la base de desarrollo de los métodos de análisis de resistencia de los compuestos laminares, los cuales utilizan diferentes apreciaciones estructurales para describir sus niveles de estudio: escalas de estudio o el comportamiento constitutivo, macro, micro y meso, (Luccioni, 2005, pág. 496), (Bonet, Mecánica de Lámina, 2008), (Jones, 1999, pág. 12), (Gibson, 2007, págs. 32-33) ; y el grado de detalle de las tensiones utilizadas, laminado, lamina, constituyente y micronivel (Departament Of Defense United States Of America, 2002).

Las pruebas mecánicas se realizaron sobre una lámina de material fibrorreforzado, para conocer su relación con el módulo asumido por ley de mezclas en el modelo en MatLab, y sobre la pala se realizó un ensayo de flexión, para determinar la cantidad de peso que soporta y el ángulo de deflexión que genera.

5.1 TRACCIÓN SOBRE UNA LÁMINA

La resistencia última de una de las láminas de material compuesto debe conocerse para predecir, con un criterio de falla, si el material presentará una ruptura de capas al estar sometido a las cargas de diseño. A su vez, se determinaron las deformaciones máximas y el módulo elástico a partir de un ensayo a tracción.

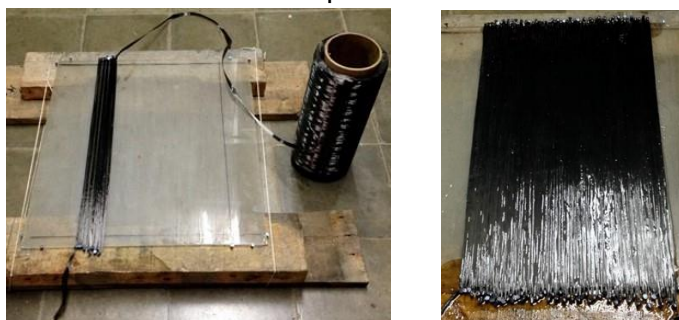
El ensayo se realizó en la máquina de ensayos dinámicos *HT-9711 Dynamic Testing Machine, Hung Ta Instruments Co. Ltd.* de la Escuela de Ingeniería Mecánica, ubicada en el laboratorio de Ensayos Dinámicos y Materiales Fibrorreforzados. Esta se compone de dos cabezales con mordazas: uno fijo (superior) que está anclado a la celda de carga de la máquina (con capacidad hasta 25 kN), y otro (inferior) que se desplaza sobre la vertical generando la fuerza. La probeta se ubica entre ambas mordazas, mientras registra la distancia en milímetros que el cabezal se desplaza (y por lo tanto la probeta).

La lámina para los ensayos se fabricó de manera manual. Sobre una tabla se ubicó un vidrio refractario que daría la superficie lisa, asegurando el acabado de la lámina. En sus bordes superior e inferior se distribuyeron una serie de puntillas, alrededor de las cuales se pasó el hilo de fibra de carbono. En la Figura 5.1.1 se muestra en la imagen superior izquierda una parte del proceso, y en la imagen superior derecha se ilustra la lámina completamente cubierta con la fibra. Se tuvo cuidado al ubicar las puntillas para que cada hilo quedara recto (es decir, a cero grados), y cada uno junto al anterior. En la imagen inferior izquierda se muestra la lámina con la resina, que se esparció homogéneamente. Este proceso fue manual. En la imagen inferior derecha está la lámina completamente curada, 24 horas después, como dice el [Anexo B](#).

Se implementó la norma ASTM D3039, con la que se determinan propiedades a tracción en el plano de un material compuesto de matriz polimérica fibrorreforzado con fibra de

carbono, (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 1). En esta se especifica que mínimo se deben realizar ensayos sobre cinco probetas, a menos que se logren resultados válidos al implementar menos o realizando un diseño de experimentos, ver (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 5).

Figura 5.1.1 Fabricación de la lámina para determinar el esfuerzo último



Fuente: Autor

Las dimensiones de las probetas fueron acordes con las de la norma ya que según (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 5), estas son las que han permitido modos de falla aceptables. Estas medidas se muestran en la Tabla 5.1.1 para cada espécimen y los resultados de deformación, módulo de Young y esfuerzo último (de falla o resistencia última) son mostrados en la Tabla 5.1.2.

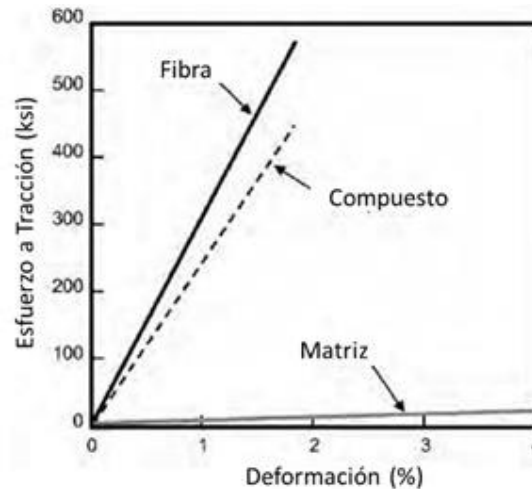
Tabla 5.1.1 Dimensiones de las probetas o especímenes

Especimen	Espesor ($\pm 0,05$ mm)	Ancho ($\pm 0,05$ mm)	Longitud ($\pm 0,05$ mm)	Área ($\pm 0,8$ mm ²)
1	0,05	15,10	250,00	0,8
2	0,05	15,05	250,00	0,8
3	0,05	15,00	250,00	0,8
4	0,05	14,95	250,00	0,7
5	0,05	14,90	250,00	0,7
Media	0,05	14,99	250,00	0,75
Desviación Std.	0,00	0,09	0,00	0,00
CV (%)	0,00	0,57	0,00	0,57

Fuente: Autor, según lo recomendado en (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 6)

Se recomienda implementar láminas que protejan la lámina, debido a que las mordazas concentran esfuerzos por el cambio brusco de sección, y a que tienen una superficie irregular. Implementado en el espécimen número 2, pero con resultados de esfuerzo de módulo de 347,50 GPa, pero el de la fibra es de 230 GPa, superando la teoría mostrada en la Figura 5.1.2.

Figura 5.1.2 Esfuerzo vs deformación del compuesto



Fuente: (Campbell, Structural Composite Materials, 2010, pág. 8)

La mecánica del daño permite estudiar los mecanismos de degradación de un material sometido a distintas cargas y efectos durante su vida útil (Miravete, y otros, Materiales Compuestos I, 2007, págs. 414-415). Sin embargo, en la falla de tracción del compuesto, se producen fracturas locales que se propagaron a cierta distancia a lo largo de las fibras y normales a las fibras, las cuales se inician y crecen en varios puntos dentro de la composición. El aumento de la carga produjo una acumulación estadística de las regiones daños dispersos hasta que un número suficiente de tales regiones interactúan proporcionando una superficie débil, (Departament Of Defense United States Of America, 2002, págs. 5-15). Sin embargo, la falla se asocia a la tensión en las fibras, ya que la ruptura de las fibras libera gran cantidad de energía por lo que este tipo de falla es considerada catastrófica. Por supuesto, el estado de esfuerzos requerido para romper las fibras ocasiona una amplia falla previa de la matriz, por lo que la carga ya no puede ser redistribuida. Esta condición se considera como el esfuerzo último del material a tensión, la falla por tensión en las fibras depende únicamente de la componente de esfuerzo longitudinal, por lo que este modo de falla es completamente independiente de interacciones fibra-matriz (Escárpita, Elizalde, & Ramirez, 2007, pág. 448). La falla por tensión se produce cuando la fuerza de unión que ofrece la interfaz fibra-matriz es suficientemente alta para evitar su fallo, entonces las concentraciones de esfuerzos locales causan la rotura de fibra que se propaga a través de la matriz, hacia y a través de las fibras adyacentes. Alternativamente, la concentración de esfuerzo en las fibras adyacentes causó que una o más de tales fibras se rompa antes del fallo de la matriz intermedia, además, la matriz también rigidiza las fibras. Razón por la cual, la resistencia del material compuesto es 66% mayor que la de la fibra (Departament Of Defense United States Of America, 2002, págs. 5-14).

La norma recomienda usar *tabs* solamente si el modo de falla y locación no son aceptables, ver (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 5), por esta razón se implementaron en las otras probetas. Estos son elementos que se pegan a las probetas y están hechos de material compuesto de matriz polimérica fibrorreforzado con fibra de vidrio. En la Figura 5.1.3 se muestra una probeta sin *tabs* y en la derecha una en la que se implementaron. Así se

consiguieron resultados más razonables. Para hallar el coeficiente de variación de los resultados, no se tuvo en cuenta el resultado de la probeta 3, debido a que fue un dato erróneo. Tanto para el módulo como para el esfuerzo último y la deformación máxima, el CV fue menor al 20 %, por lo que los datos fueron homogéneos. Según la ley de mezclas, el módulo teórico en la dirección de las fibras fue de 139.6 GPa. En promedio, los datos experimentales reportaron un error del 17.34 % con respecto al teórico. Teniendo en cuenta que el proceso manual no es muy controlado y por lo tanto vacíos, como poca impregnación de la resina o una incorrecta alineación de las fibras, son errores de manufactura fáciles de realizar. El espacio libre entre tabs, o longitud de galgado (prueba) fue de 36.55 mm en promedio.

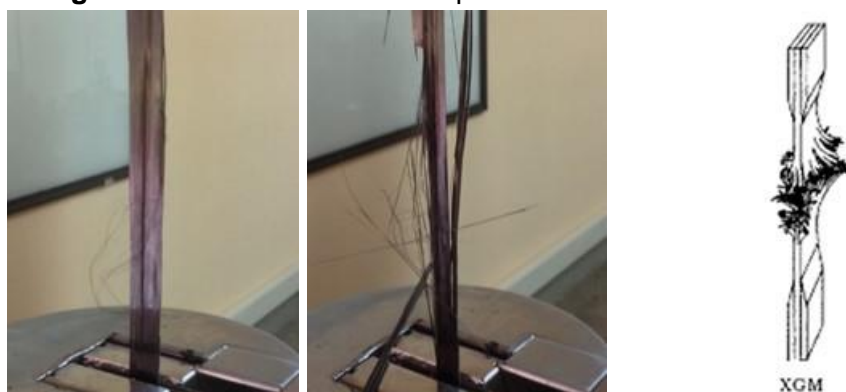
Figura 5.1.3 Probetas, vista frontal y lateral. Izquierda: Sin tabs. Derecha: Con tabs



Fuente: Autor

La falla registrada fue del tipo XGM, Explosiva en el Medio de la región de Prueba, por las siglas en inglés que caracterizan este tipo de falla, como se suministran en la norma (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 10). La falla comienza al romper un hilo, y a partir de esto, la resistencia se disminuía. En la Figura 5.1.4 se muestra la comparación entre el modo de falla obtenido en los ensayos y el descrito en la norma. En la Figura 5.1.5 está la curva de fuerza vs desplazamiento y se aprecia cada falla de hilo en cada caída notable de curva.

Figura 5.1.4 Modos de falla. Izquierda: hilo de la lámina. Derecha: explosiva



Fuente: Autor y (D3039/D3039M – 08, 2008, pág. 10)

La empresa *Toray Carbon Fibers America, Inc.* realizó pruebas sobre un laminado unidireccional con la fibra de carbono implementada en el presente trabajo, con un volumen de fibra del 60 %, y matriz de resina epóxica. El resultado de módulo de elasticidad en la dirección de las fibras hallado por la empresa Toray (ver el [Anexo A](#)) fue de 135 GPa, menor

al reportado por ley de mezclas (139,6 GPa), y el experimental en promedio fue 168 GPa. Se desconoce el proceso de manufactura que la empresa Toray empleó para calcular el módulo elástico, y el que se empleó para las pruebas de tracción no tuvo controlada la tensión de las fibras, debido a que fue un proceso manual. Por ende, se implementó el valor teórico de ley de mezclas de $E_1 = 139,6$ GPa, para el modelo iterativo de predicción de número de capas.

Tabla 5.1.2 Datos experimentales

Muestra	Long. galgado ($\pm 0,05$ mm)	Desplazamiento ($\pm 0,001$ mm)		Deformación axial ($\pm 0,00119$)		Fuerza ($\pm 0,01$ kgf)		Esfuerzo (± 12 MPa)		Módulo Young (GPa)	Error (%) respecto Módulo teórico (139,6 GPa)	Esfuerzo resultante último / und. Long, N_x (N/mm)
		Inicial	Máx.	Inicial	Máx.	Inicial	Última	Inicial	Último			
1	37,00	0,000	2,535	0,00000	0,0685	0,00	972,50	0	12636	184,43	24,31	631,803
2	110,00	0,560	2,938	0,00509	0,0267	20,00	596,25	261	7773	347,50	59,83	388,652
3	36,05	0,300	2,642	0,00832	0,0733	15,00	899,32	196	11763	178,05	21,59	588,155
4	35,60	0,250	2,875	0,00702	0,0808	10,00	850,00	131	11155	149,51	6,63	557,759
5	37,55	0,000	2,661	0,00000	0,0709	0,00	880,00	0	11588	163,52	14,63	579,383
Media	36,55	0,14	2,68	0,00	0,07	6,25	900,46	81,86	11785,50	168,88	17,34	589,275
Desv. Std.	0,89	0,16	0,14	0,00	0,01	7,50	52,14	98,17	621,93	15,60		
CV (%)	2,42	116,42	5,32	116,30	7,23	120,00	5,79	119,93	5,28	9,24		

Fuente: Autor

Figura 5.1.5 Curva de fuerza vs desplazamiento, probeta 1



Fuente: Autor, realizado en la Máquina de Ensayos Dinámicos de la Universidad del Valle Con el objetivo de encontrar el factor de seguridad (FS) con el que se fabricó el laminado,

se implementó el criterio de falla de máxima tensión. La mayoría de las veces este fenómeno se atribuye a un proceso de inestabilidad que produce la rotura de los enlaces entre átomos de forma repentina en el área resistencia, como es el caso de la mayoría de los materiales compuestos de matriz polimérica (Miravete, y otros, 2007, pág. 428).

Según (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de Láminas, 2012, pág. 25), los criterios de falla se pueden dividir en tres grupos:

- No interactivos: Predicen el modo de falla sin considerar iteración entre modos de falla: Tensión máxima, deformación máxima
 - Interactivos: Aunque no identifica el nodo de falla, ya que la resistencia se estima con la intervención de diversos modos, por esto se considera iteración: *Tsai-Hill*, *Tsai-Wu*. Es de anotar que *Tsai-Hill*, es uno de los criterios tensionales más empleados y está implementado en la mayoría de los códigos comerciales de elementos finitos que simulan el comportamiento mecánico de materiales compuestos de tipo laminado. Una de las limitaciones de este criterio es que no distingue entre tensiones de tracción y de compresión.
- Basados en el modo de falla: Hay diferentes expresiones para la falla de la fibra y de la matriz: *Puck*, *Mohr*, *Hashin-Rotem*

Hay muchos más criterios de falla en desarrollo que son discutidos en eventos mundiales, como el “*Worldwide Failure Exercise*”, que duran doce años, (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de Láminas, 2012, pág. 56). En el segundo ejercicio del WWFE se realizó la evaluación comparativa de los criterios de rotura bajo tensiones triaxiales para compuestos reforzados con fibra de polímero, donde se concluyó que (Soden, Kaddour, Hinton, Smith, & Li, 2011, págs. 61-62):

- Se deben utilizar las actuales teorías de previsión de fallos con precaución (se recomienda una mirada a la literatura),
- Se requieren datos de alta calidad experimental para validar muchos aspectos de las teorías de predicción de falla,
- Las teorías codificadas en los actuales instrumentos de diseño mediante elementos finitos, difieren de la teoría original y de la intención del creador original,
- Es necesario un esfuerzo continuo para disminuir la brecha entre la academia, la industria y las empresas de software en este ámbito.

El desarrollo de nuevos criterios de falla y modelos de propagación que se ajustan a la realidad se ven obstaculizados por la dificultad de obtener datos experimentales repetibles, más aún cuando para su análisis en primera instancia se toman adaptaciones de los ensayos típicos realizados a metales. Se observa que los mecanismos de falla y la propagación del daño de los materiales compuestos laminados tienen un mayor número y diferentes comportamientos al de los metales por lo que progresivamente se ha generado la reproducción y adaptación escasa de pruebas consideradas equivalentes (Escárpita, Elizalde, & Ramirez, 2007, pág. 447). Por tanto, en el presente proyecto se trabajó con un criterio no interactivo (tensión máxima), y con la carga máxima de ruptura del laminado (a tensión), ya que la mayor carga que afecta al laminado en operación es la de tracción, generada por la fuerza centrífuga. Conociendo la tensión de ruptura en la dirección de las

fibras (a cero grados) a partir de los ensayos a tracción, fue posible determinar la tensión que produce falla de la lámina a diferentes grados de orientación, como dice (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de Láminas, 2012, pág. 30).

El esfuerzo en un material compuesto con fibras depende de la orientación, magnitud, tipo y dirección de la carga aplicada con respecto a la dirección en la que las fibras están orientadas (Department Of Defense United States Of America, 2002). De la misma manera, el modo de falla depende del tipo de carga, la secuencia de apilado, geometría de la probeta, concentradores de esfuerzos, la imperfección inicial o pre-existente de los daños de fabricación (Labeas, 2009). De la Tabla 5.1.2, se seleccionó como el esfuerzo de falla de la lámina, el menor valor (sin tener en cuenta el de la probeta 2), y se obtuvo a diferentes ángulos de orientación, implementando la Ecuación 5.2 que se modificó de la Ecuación 5.1 asumiendo una carga conocida (como se aprecia en un ejemplo de (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de Láminas, 2012, pág. 29)).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Ecuación 5.1 Esfuerzos en los ejes globales, a partir de los ejes locales, (Nettles, 1994, pág. 8)

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2\theta$$

Ecuación 5.2 Esfuerzo en eje global conociendo el local, a partir de Ecuación 5.1 y de (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de Láminas, 2012, pág. 29)

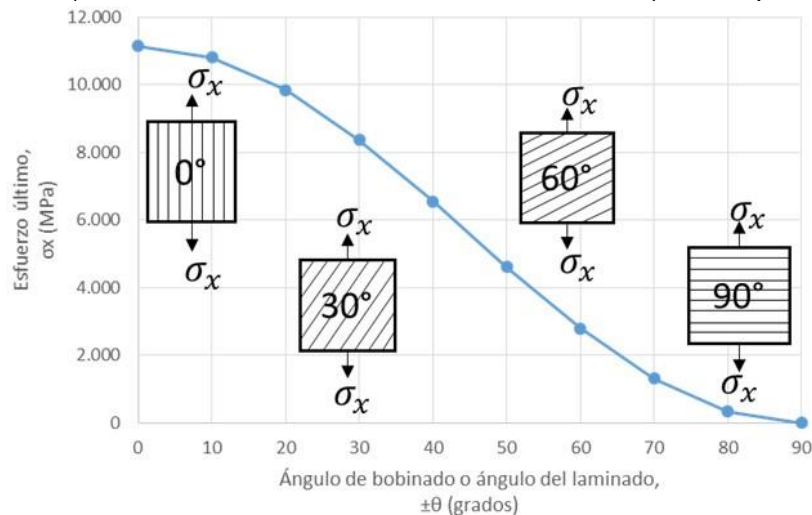
Tabla 5.1.3 Esfuerzo último a diferentes grados y Factor de Seguridad

	Ángulo de bobinado o del laminado, $\pm\theta$ (grados)	Esfuerzo σ_x (MPa)
Esfuerzo de falla σ_{ult} (MPa)	90	0,000
	80	336,364
	70	1304,887
	60	2788,750
	50	4608,977
	40	6546,023
	30	8366,250
	20	9850,113
	10	10818,636
	0	11155,000
Esfuerzo de diseño σ_{dis} (MPa)	60	629,434
Factor de seguridad, $FS = \sigma_{ult}/\sigma_{dis}$	4,43	

A partir de los datos de esta carga de falla o carga última que se muestran en la Tabla 5.1.3, se realizó la Figura 5.1.6. En esta, puede observarse cómo a medida que el ángulo de

bobinado o ángulo del laminado se acerca a los 90° con respecto al eje de aplicación de carga (dirección global o dirección x), la resistencia última disminuye, por ello se necesitaba emplear ángulos pequeños o lo más cercanos a cero posibles para el presente trabajo, ya que tendría mejor desempeño a solicitaciones de tracción en el eje x.

Figura 5.1.6 σ_x (tomado con valores de esfuerzo último o σ_{ult}) vs $\pm\theta$, para una lámina



Fuente: Autor

Luego de la determinación del esfuerzo último en la dirección de 60° (ángulo de bobinado implementado), se puede proceder a calcular el factor de seguridad para el laminado completo con el que se está trabajando.

De acuerdo con (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de laminados, 2012, págs. 2-3), las fallas se pueden producir dentro de una lámina (intralaminar) o entre láminas como delaminación (interlaminar). Aunque la falla de una lámina no necesariamente implica la falla del laminado. Sin embargo, los tipos de falla del laminado pueden definirse como la falla inicial o como la falla última y esto va en función de la aplicación del material y del nivel de seguridad que se requiere. Falla inicial y falla última equivalen a la resistencia a la fluencia o a la carga última en estructuras metálicas, respectivamente.

Como al diseñar en metales se trabaja en el límite elástico, es decir, bajo la resistencia a la fluencia, se asume que para el laminado se trabajará en la falla inicial, es decir, un FS por Criterio de Tensión Máxima, (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de laminados, 2012, pág. 7), a un estado de cargas seleccionado. Entonces se define el margen de seguridad considerando la falla inicial como la falla de primera lámina o First Ply Failure (FPF) y esto es un diseño conservativo, como afirman (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de laminados, 2012, pág. 4).

Continuando con (Bonet, Botero, & Fontana, Resistencia de laminados, 2012, pág. 5), se define el Factor de Seguridad como el cociente entre la carga de falla y la carga de diseño, asociado a las cargas del caso en análisis, en función del tipo de falla seleccionado, y

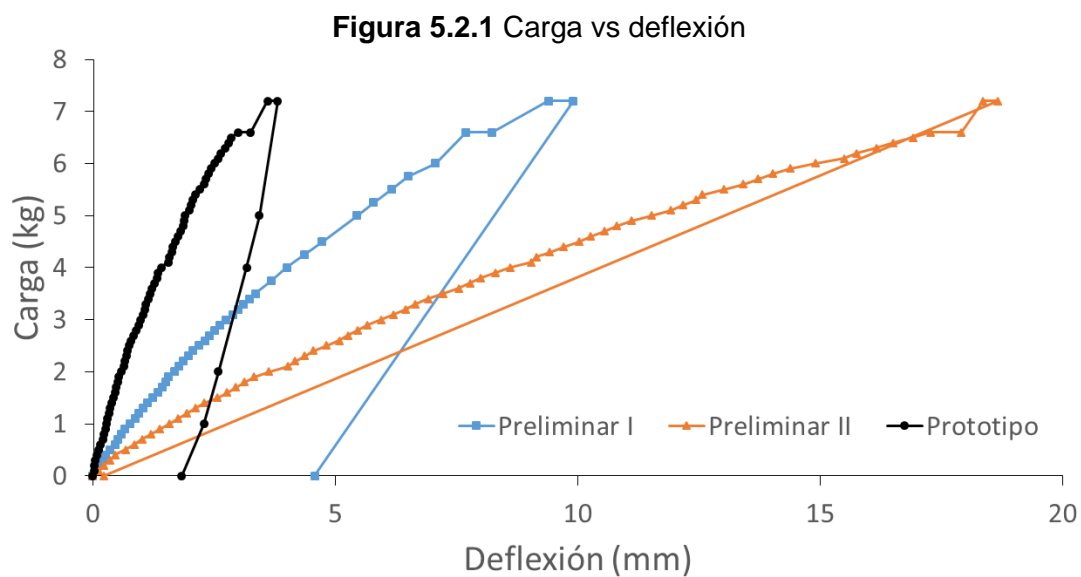
permite calcular las cargas de falla de los laminados o valorar el margen de seguridad en un estado de cargas dado.

Luego de determinar los esfuerzos de diseño a los que está sometida cada lámina en dirección x (se muestran en el Anexo G, calculados en la definición de laminados, sección 4.1.2), se escogió el mayor de estos, que en este caso era el de la superficie superior de la capa 2, como la carga de diseño (σ_{dis}). Conociendo la carga de falla a sesenta grados (σ_{ult}), se determinó el factor de seguridad del laminado $FS = 4.43$, ver Tabla 5.1.3, asumiendo que el laminado fue fabricado de manera ideal, acorde con lo asumido en la teoría.

5.2 FLEXIÓN SOBRE LA PALA

Generalmente, los materiales compuestos laminados forman parte de estructuras sometidas a flexión, comportamiento en el que es necesario considerar una serie de características como, el que las fibras de refuerzo tienen una dirección preferencial dentro de cada lámina, este hecho implica que las propiedades mecánicas dependen de la dirección de aplicación de la carga y de la secuencia de apilamiento, permitiendo la optimización de los elementos estructurales mediante la orientación de las fibras en las direcciones de mayor sollicitación (Santiuste Romero, 2007, pág. 12). Como consecuencia de la configuración de los laminados, todas las fibras de refuerzo se encuentran en el plano de la lámina, por lo tanto, la resistencia y la rigidez del laminado son mucho mayores en dicho plano que en su dirección perpendicular, las cuales están determinadas por las propiedades de la matriz y por el grado de adhesión entre las distintas láminas (Santiuste Romero, 2007, pág. 12).

En la Figura 5.2.1 se presenta la curva de carga (kg) vs deflexión (mm) para los tres elementos fabricados. Nótese la linealidad de las curvas.

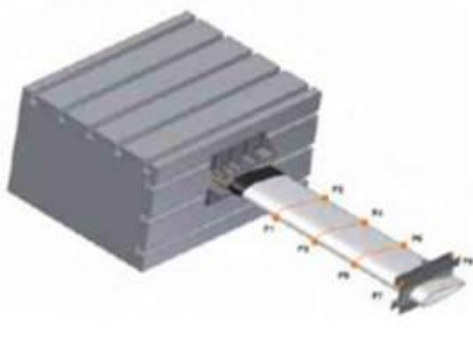


Fuente: Autor

El ensayo se realizó sobre las tres palas fabricadas: Preliminar I, Preliminar II y Prototipo.

(Hraška, 2012, pág. 5), presenta que el acople a la raíz de plano puede realizarse mediante el empleo de un sistema restringido de anclaje a una base fija, que reemplace el montaje en las aeronaves tal como lo muestra la Figura 4.2.1 (izquierda). Cada pala se sujetó en uno sus extremos con una mordaza, simulando el empotramiento, y se aplicó una carga puntual ubicada en $\frac{3}{4}$ de la longitud de la pala sobre la dirección “x” desde la mordaza; y a $\frac{1}{4}$ de la cuerda sobre la dirección “y” desde el borde de ataque, ver Figura 4.2.1. (Hraška, 2012, pág. 5), y (Běhal & Vrhel, 2005, pág. 13), concuerdan en que los mayores esfuerzos se presentan en la raíz de plano.

Figura 5.2.2 Sistema restringido del plano para prueba de la Pala a flexión

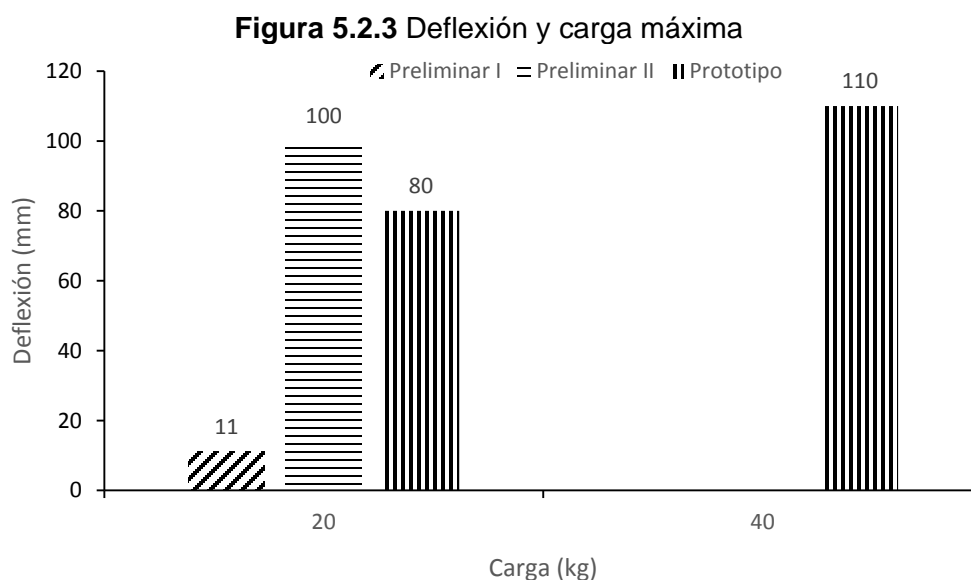


Fuente: (Hraška, 2012, pág. 5)

La carga se aumentó cada 100 gramos y se sostuvo por 3 segundos al alcanzar 6,6 kg (peso máximo al despegue) y 7,2 kg (carga flectora obtenida por el modelo). Luego se retiró para conocer la deflexión con la que quedó el material. Esta se registró con deformímetros o comparadores de carátula, ubicados justo bajo la línea de aplicación de carga. En la Figura 5.2.1 se observa que la restitución del material está directamente relacionado con la cantidad de resina, ya que la Preliminar I (con menos resina) al retirarse la carga quedó con una deflexión de 4,6 mm, mientras que la Preliminar II (con más resina) se recuperó hasta una deflexión de 0,2 mm y la Prototipo estuvo entre ambas con 1,8 mm. Estas deflexiones fueron medidas inmediatamente luego de retirar la carga, sin embargo, luego de 5 segundos ya estaban en su estado inicial. La pala Prototipo tuvo una deflexión más controlada, es decir, a una carga de 7,2 kg se deflectó 3,8 mm, 61 % menos que la Preliminar I y 80 % menos que la Preliminar II.

Debido a que el estado de esfuerzo-deformación se estudia en un punto, se puede pensar que la falla se genera cuando ciertas condiciones se dan en un punto. Se ha aproximado el material compuesto a un material homogéneo equivalente, y esto es válido al trabajar los esfuerzos, sin embargo, para analizar mecanismos de falla, debe tenerse muy en cuenta la interacción entre matriz y fibra como componentes separados, (Hyer, 1998, pág. 350). Por ello, se cargaron las palas hasta que se produjo un sonido (inspección auditiva), como evidencia de falla (probablemente en la interacción matriz-fibra o en la resina). Estos

resultados se muestran en la Figura 5.2.3. Al alcanzar los 20 kg la Preliminar II evidenció falla en la matriz, generando rompimiento de fibras, mientras que la Preliminar I presentó emisiones acústicas. Se muestra la deflexión de la Prototipo con fines comparativos, ya que no emitió sonido de fallas. La Preliminar II se deflectó 100 mm, 8.09 veces más que la Preliminar I (la que menos se deflectó, 11 mm), por contener más resina. Nótese que la pala Prototipo soportó más carga (40 kg) hasta la emisión acústica al alcanzar 110 mm de deflexión. Esta mejor capacidad se debe a que en el proceso se implementaron tres rollos, lo que aumentó el ancho del hilo mejorando la compactación entre fibras, y se disminuyó a un nivel despreciable el espaciado entre los hilos que se ubicaron sobre el molde, es decir, las capas fabricadas fueron completas, en relación a las Preliminares.



Fuente: Autor

La falla presente en la pala objeto de estudio, se encuentran en la raíz del plano, lo que concuerda con los resultados de (Hraška, 2012, pág. 6) y los reportes de la (Federal Aviation Administration, 2012, págs. 1-17), pues uno de los problemas que se presenta durante la prueba de carga última sobre el plano es el efecto de aplastamiento en la zona cercana a la raíz de plano, ya sea de tipo circular si no existe un larguero como refuerzo interno, o sin él, tal como se evidenció la falla a una de tipo lineal, (Hraška, 2012, págs. 4-12).

La presencia de daños en elementos estructurales pueden conducir al colapso catastrófico, por lo tanto, el componente estructural tiene diferentes niveles de aceptación de daños para su análisis y reparación generada, atribuidos a anomalías de fabricación, a una correcta manipulación y a la interacción con el medio ambiente, definidos así: daños admisibles, que no afectan la integridad estructural o disminuyen la función del componente; daños reparables, que afectan la integridad estructural o disminuyen la función del componente y daños no reparables: no se puede diseñar una reparación que restaure la carga de fallo (Bey Ruiz, 2006, págs. 260-261), (Cortínez & Dotti, 2010).

La carga de flexión ($L = 7,2 \text{ kg} = 70 \text{ N}$) es 7,15 % la de tracción máxima de diseño (T_{DIS}),

es decir, $T_{DIS} = 977,05 \text{ N}$, ver [Anexo 5](#). De la Tabla 5.1.2 se obtuvo la carga última de la lámina a cero grados ($850 \text{ kg} = 8338,5 \text{ N}$) y aplicando la Ecuación 5.2, se determinó que la carga última de la lámina para “X” ubicado a 60° fue $T_{ULT} = 2084,625 \text{ N}$. Por lo tanto, para la pala Prototipo sometida a la carga de diseño, el Factor de Seguridad de la pala fue de $F_{Spala} = T_{ULT}/T_{DIS} = 2,11$, un la mitad del estimado para la lámina ($FS = 4,43$). El Factor de seguridad de la lámina ($FS = 4,43$) se obtuvo conociendo el esfuerzo último de las probetas, que fueron sometidas a tracción pura, y el espaciado entre los hilos fue controlado, aunque la tensión fue manual. Sin embargo, el F_{Spala} se determinó asumiendo que la sustentación es el 7,15 % de la tracción de diseño, y debe tenerse en cuenta que la transmisión de esfuerzos entre las fibras no se comporta como el laminado manual, debido a que se realizaron 7 pasadas por capa, es decir, el laminado de la pala está compuesto por láminas que tienen una pérdida de orientación.

6. CONCLUSIONES

A partir de los análisis de resultados de la presente investigación, se puede concluir:

Respecto al material y las evaluaciones:

- ✓ A partir de un espesor mayor a un milímetro, el Módulo de Young en la dirección X no varía.

Respecto al proceso de manufactura:

- ✓ Se adecuó la máquina al proceso para el cual no fue diseñada, encontrando la relación entre sus variables
- ✓ Se determinó un proceso de mejora para la fabricación de la pala prototipo
- ✓ Se diseñó un proceso pionero para la fabricación de componentes cóncavos y convexos
- ✓ Se determinó el proceso que permite evaluar las mejoras implementadas en la fabricación
- ✓ Se pudo implementar un análisis de mecánica básica de laminados para el componente elaborado por bobinado de filamentos
- ✓ Se logró integrar el carenado y el componente estructural en un solo elemento

En conclusión, fue posible diseñar el proceso de manufactura de una pala de helicóptero en bobinado de hilos, ubicando con la máquina hilos de fibras de carbono de longitud de $L_f = 5.2$ m con tres rollos, a un ángulo de bobinado $\theta = 60^\circ$ que cumplió con la resistencia adecuada a las cargas (sustentación $L = 7.2$ kg), sobre un molde en madera protegido con foil de aluminio como agente desmoldante, que se ubicó en el mandril con un eje de rotación, e implementando volumen de resina, $V_{res} = 69.16 \text{ cm}^3$, y volumen de endurecedor, $V_{end} = 13.83 \text{ cm}^3$.

RECOMENDACIONES

Se recomienda realizar como trabajos futuros:

- ✓ Cuantificar el cambio de tensiones aportadas por la fibra sobre elementos cilíndricos no circulares
- ✓ Mejorar el acabado superficial, de forma pareja
- ✓ Realizar un estudio de fatiga y modos de vibración a la pala
- ✓ Realizar un análisis de cargas para diferentes modos de vuelo del UAV
- ✓ Determinar el proceso que permite evaluar las mejoras implementadas en la fabricación a diferentes cargas de vuelo y maniobras
- ✓ Proponer el método de unión de la pala al rotor principal

BIBLIOGRAFÍA

- Abbott, I. H., Doenhoff, A. E., & Stivers, Jr., L. (1945). *Summary of Airfoil Data*. Langley Field, Virginia, United States of America: National Advisory Committee for Aeronautics.
- Advanced UAV Technology Limited. (2013). *Products: Advanced UAV Technology*. Recuperado el 11 de 10 de 2013, de AT-10 Ultra lightweight, short endurance VTOL UAV: <http://www.auavt.com/nodo.php?l=ita&id=20>
- Advanced UAV Technology Limited. (2013). *Products: Advanced UAV Technology*. Recuperado el 11 de 10 de 2013, de AT-200 Medium weight, medium/long endurance VTOL UAV: <http://www.auavt.com/nodo.php?l=ita&id=24>
- Advanced UAV Technology Limited. (2013). *Products: Advanced UAV Technology*. Recuperado el 11 de 10 de 2013, de AT-30 - Lightweight, medium endurance VTOL UAV: <http://www.auavt.com/nodo.php?l=ita&id=22>
- Akay, M., Kong, S., Mun, A., & Stanley, A. (1997). Influence of moisture on the thermal and mechanical properties of autoclaved and oven-cure kevlar-49/epoxy laminates. *Composites Science and technology* 57, 565-571.
- Army Materiel Command. (1974). *Engineering Design Handbook. Helicopter Engineering. Part One. Preliminary Design*. Alexandria, Virginia: National Technical Information Service.
- ASM International. (2011). *Composite Filament Winding*. (S. T. Peters, Ed.) Materials Park, Ohio, United States of America: ASM International.
- ASTM D3878. (2007). *Standard Terminology for Composite Materials*. Norma, American Society for Testing Materials, US.
- Barbero, E. J. (1998). *Introduction to Composite Materials Design*. Boca Raton, Florida, United States of America: CRC Press.
- Běhal, J., & Vrhel, J. (2005). Acoustic Emission Monitoring during strength Test of Aircraft Structure. *Czech Aerospace Research, Development and Innovations*, 11-15. Recuperado el 31 de Mayo de 2014, de <http://vx439500.server37.viwefix.cz/inbrowser.aspx?id=10>
- Benjamin, J. P. (2009). *Multidisciplinary Optimisation of a CFRP Wing Cover*. Tesis de doctorado, Cranfield University, UK.
- Bey Ruiz, D. (2006). *Diseño de fabricación en fibra de carbono de un compensador de giro de una aeronave*. Cádiz (España): Universidad de Cádiz. Facultad de Ciencias. Ingeniería química.
- Bey Ruiz, D. (2006). *Diseño de fabricación en fibra de carbono de un compensador de giro en una aeronave*. Cadiz, España.
- Blom, J. D. (2010). *Unmanned Aerial Systems: A Historical Perspective*. Fort Leavenworth, Kansas, United States of America: Combat Studies Institute Press.

- Bonet, G. (2008). *Mecánica de Materiales Compuestos.*, IV, pág. 92. Buenos Aires.
- Bonet, G., Botero, C., & Fontana, M. (2012). Ensayos Normalizados de Caracterización. *Estructuras de Materiales Compuestos*, 30. La Plata, Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería. Recuperado el 04 de 2014
- Bonet, G., Botero, C., & Fontana, M. (2012). Micromecánica. *Estructuras de Materiales Compuestos*. La Plata, Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería. Recuperado el 04 de 2014
- Bonet, G., Botero, C., & Fontana, M. (2012). Resistencia de laminados. *Estructuras de Materiales Compuestos*. La Plata, Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería. Recuperado el 15 de Abril de 2014
- Bonet, G., Botero, C., & Fontana, M. (2012). Resistencia de laminados. *Estructuras de Materiales Compuestos*. La Plata, Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería. Recuperado el 04 de 2014
- Bonet, G., Botero, C., & Fontana, M. (2012). Resistencia de Láminas. *Estructuras de Materiales Compuestos*. La Plata, Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería. Recuperado el 04 de 2014
- Campbell, F. C. (2004). *Manufacturing Processes for Advanced Composites*. Oxford: Elsevier Advanced Technology.
- Campbell, F. C. (2010). *Structural Composite Materials*. Materials Park: ASM International.
- Cortínez, V. H., & Dotti, F. E. (2010). Un modelo numérico para la dinámica de vigas de pared delgada fracturadas por fatiga: aplicación a la identificación de daños. En *Mecánica Computacional* (Vol. XXIX). Buenos Aires: Asociación Argentina de Mecánica Computacional. Recuperado el 27 de Junio de 2014
- CybAero. (2013). *Products: CybAero, Increasing human safety*. Recuperado el 13 de 10 de 2013, de Product sheet: http://www.cybaero.se/upload_docs/271_Product%20sheet%20CybAero%20APID%2060.pdf
- D3039/D3039M – 08. (2008). *Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials*. West Conshohocken: ASTM International.
- Daniel, I. M., & Ishai, O. (1994). *Engineering Mechanics of Composite Materials* (Segunda edición ed.). Oxford.
- Departament Of Defense United States Of America. (2002). Composite Materials Handbook. En *POLYMER MATRIX COMPOSITES MATERIALS USAGE, DESIGN, AND ANALYSIS* (Vol. III). Estados Unidos.
- EISC, Universidad del Valle. (s.f.). Introducción al lenguaje de programación Java.

Algoritmia y Programación, 61. Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia.

- Escárpita, A. A., Elizalde, H., & Ramirez, R. A. (2007). Caracterización de mecanismos de falla y propagación de daño en materiales compuestos Parte I - Revisión del estado del Arte. *Memorias del XIII congreso internacional anual de la SONIM y congreso Internacional de letal mecánica 2007* (págs. 445-459). Durango: Sociedad mexicana de ingeniería mecánica A.C.
- Federal Aviation Administration. (2012). *Aviation Maintenance Technician Handbook-Airframe* (Vol. 1). United States of America: U. S. Department of Transportation.
- Feraboli, P., & Masini, A. (2004). Development of carbon/epoxy structural components for a high performance vehicle. *Composites: Part B* 35, 323-330.
- Fernlund, G., Rahman, N., Courdji, R., Bresslauer, M., Poursartip, A., Willden, K., & Nelson, K. (2002). Experimental and numerical study of the effect of cure cycle, tool surface, geometry, and lay-up on the dimensional fidelity of autoclave-processed composite parts. *Composites: Part A* 33, 341-351.
- Gibson, R. F. (2007). *Principles of composite material mechanics* (Segunda edición ed.). (L. L. Faulkner, Ed.) Nueva York.
- Hoces, J. d. (05 de Julio de 2007). *España Patente nº 2 277 476*.
- Hraška, M. (Marzo de 2012). The effect of Buckling of load carrying capacity of thin walled composite structures. *Czech Aerospace Research, Development and Innovations*, 3-13. Recuperado el 30 de Mayo de 2014, de <http://vx439500.server37.viwefix.cz/inbrowser.aspx?id=36>
- Hraška, M. (03 de 2012). The effect of buckling on load carrying capacity of thin walled composite structures. *Czech Aerospace Proceedings*, 3-13. Recuperado el 06 de 2014
- Hull, D. (1981). *An Introduction to Composite Materials*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge Solid State Science Series.
- Hull, D., & Clyne, T. W. (1996). *An Introduction to Composite Materials* (Second ed.). Cambridge, United Kingdom: Cambridge Solid State Science Series.
- Hyer, M. W. (1998). *Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials*. United States of America: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Jones, R. M. (1999). *Mechanics of Composite Materials* (Segunda Edición ed.). Virginia, USA: Taylor & Francis.
- Kaw, A. K. (2006). *Mechanics of composite materials* (Second ed.). Boca Raton , Florida , United States of America: CRC Press Taylor & Francis Group.
- Labeas, G. (2009). Chapter 11 Prediction of Damage Propagation and Failure of Composite Structures (Without Testing). En B. Farahmand, *Virtual Testing and Predictive Modeling*.
- Leishman, J. G. (2006). *Principles of Helicopter Aerodynamics* (2da ed.). New York, New

- York, United States of America: Cambridge University Press.
- Luccioni, B. M. (Noviembre de 2005). Modelo para compuestos laminados reforzados con fibras. (A. Larreteguy, Ed.) *Mecánica Computacional*, 23.
- McGuffin, D. W., Larsen, R. J., Mitchell, R. W., & Caruso, B. E. (16 de April de 1974). *United States of America Patente nº 3 803 672*.
- Miravete, A., Larrodé, E., Castejón, L., Clemente, R., Jiménez, M., Lizaranzu, M., . . . Peralta, J. (2007). *Materiales Compuestos I* (Vol. 1). (O. p. (AEMAC), Ed.) Zaragoza, España: Reverté.
- Miravete, A., Larrodé, E., Castejón, L., Clemente, R., Jiménez, M., Lizaranzu, M., . . . Peralta, J. (2007). *Materiales Compuestos I* (Vol. 1). (O. p. (AEMAC), Ed.) Zaragoza, España: Reverté.
- Montgomery, J. R. (1964). *Sikorsky Helicopter: Flight Theory for Pilots and Mechanics*. United States of America: Sikorsky Aircraft, Division of United Technologies.
- Mortesen, A. (2007). Conscie Encyclopedia of Composite Materials. *El Sevier*.
- Nettles, A. T. (1994). *Basic Mechanics of Laminated Composite Plates*. Washington D.C., United States of America: Nationa Aeronautics and Space Administration.
- Ngoc Anh Vu, J. W. (2011). *Aerodynamic design optimization of helicopter rotor blades including airfoil shape for hover performance*. Chinese Journal of Aeronautics. Elsevier Ltd.
- Niu, M. (1992). *Composites Airframe Structures*. Conmilit press ltd.
- Northrop Grumman Corporation. (2013). *Capabilities: Unmanned Systems*. Recuperado el 14 de 10 de 2013, de Fire Scout, MQ-8B: http://www.northropgrumman.com/Capabilities/FireScout/Documents/pageDocuments/MQ-8B_Fire_Scout_Data_Sheet.pdf
- Northrop Grumman Corporation. (2013). *Capabilities: Unmanned Systems*. Obtenido de Fire Scout, MQ-8C: http://www.northropgrumman.com/Capabilities/FireScout/Documents/pageDocuments/MQ-8C_Fire_Scout_Data_Sheet.pdf
- Parnas, L., & Ardiç, S. (2001). *Handbook of Composite Fabrication*. (G. Akovali, Ed.) Shrewsbury, Shropshire, United Kingdom: Rapra Technology Limited.
- Real Academia Española. (Octubre de 2001). *DICCIONARIO DE LA LENGUA ESPAÑOLA - Vigésima segunda edición*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2013, de <http://lema.rae.es/drae/?val=carenado>
- Rodríguez Adaime, C. A. (2013). *Matemáticas de Compuestos laminares Fibrorreforzados*. Notas de clase, Universidad del Valle, Cali. Recuperado el 2 de Febrero de 2014
- ROTOMOTION, LLC. (2013). *SR 100*. Recuperado el 12 de 10 de 2013, de SR100 Helicopter UAV Specifications: http://www.rotomotion.com/r_product_4_sr100.html
- ROTOMOTION, LLC. (2013). *SR 20 Electric*. Recuperado el 12 de 10 de 2013, de SR20

http://www.rotomotion.com/datasheets/SR20_uav_sheet.pdf

- Santiuste Romero, C. (2007). *Análisis y modelización de vigas de tipo Laminado sometidas a cargas impulsivas*. Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras, Leganés.
- Skrzypietz, T. (2012). *Unmanned Aircraft Systems for Civilian Missions*. Postdam, Brandenburg, Alemania: Brandenburg Institute for Society and Security gGmbH.
- Soden, P. D., Kaddour, A. S., Hinton, M. J., Smith, P., & Li, S. (2011). Failure criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: Can any of the predictive theories be trusted? *NAFEMS World Congress*. Boston: QinetiQ.
- Solarte, F. E. (2010). *Diseño, construcción y evaluación de un riel con material compuesto FC/EP para un fijador externo de transporte óseo*. Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia: Universidad del Valle.
- Thunder Tiger. (26 de 04 de 2011). REDLINE Engines Instructions. *RL-53H Helicopter engine*, 2. Xitun District, Taichung City, Taiwan. Recuperado el 03 de 2014, de <http://manuals.hobbico.com/ttr/ttrg1156-manual.pdf>
- Vortech, Inc. (2013). *Rotor Blades For your Homebuilt Helicopter & Gyroplane*. Recuperado el 22 de Septiembre de 2013, de <http://www.vortechinternational.com/>

ANEXOS

ANEXO A. Data Sheet de la fibra de carbono

**TECHNICAL
DATA SHEET**
No. CF3-005

TORAYCA® **T700S DATA SHEET**

Highest strength, standard modulus fiber available with excellent processing characteristics for filament winding and prepreg. This never twisted fiber is used in high tensile applications like pressure vessels, recreational, and industrial.

FIBER PROPERTIES

		<i>English</i>	<i>Metric</i>	<i>Test Method</i>
Tensile Strength		711 ksi	4,900 MPa	TY-030B-01
Tensile Modulus		33.4 Msi	230 GPa	TY-030B-01
Strain		2.1 %	2.1 %	TY-030B-01
Density		0.065 lbs/in ³	1.80 g/cm ³	TY-030B-02
Filament Diameter		2.8E-04 in.	7 µm	
Yield	6K	3,724 ft/lbs	400 g/1000m	TY-030B-03
	12K	1,862 ft/lbs	800 g/1000m	TY-030B-03
	24K	903 ft/lbs	1,650 g/1000m	TY-030B-03
Sizing Type	50C		1.0 %	TY-030B-05
& Amount	60E		0.3 %	TY-030B-05
	FOE		0.7 %	TY-030B-05
Twist		Never twisted		

FUNCTIONAL PROPERTIES

CTE	-0.38 α.10 ⁻⁶ /°C
Specific Heat	0.18 Cal/g·°C
Thermal Conductivity	0.0224 Cal/cm·s·°C
Electric Resistivity	1.6 x 10 ⁻³ Ω·cm
Chemical Composition: Carbon	93 %
Na + K	<50 ppm

COMPOSITE PROPERTIES *

Tensile Strength	370 ksi	2,550 MPa	ASTM D-3039
Tensile Modulus	20.0 Msi	135 GPa	ASTM D-3039
Tensile Strain	1.7 %	1.7 %	ASTM D-3039
Compressive Strength	215 ksi	1,470 MPa	ASTM D-695
Flexural Strength	245 ksi	1,670 MPa	ASTM D-790
Flexural Modulus	17.5 Msi	120 GPa	ASTM D-790
ILSS	13 ksi	9 kgf/mm ²	ASTM D-2344
90° Tensile Strength	10.0 ksi	69 MPa	ASTM D-3039

* Toray 250°F Epoxy Resin. Normalized to 60% fiber volume.

TORAY CARBON FIBERS AMERICA, INC.

ANEXO B. Data Sheet de la Resina y Endurecedor

SINTEPOX LTDA.



RESINA : R - 744
ENDURECEDOR: E - 2744

<u>GENERALIDADES:</u>	Sistema epóxico de mediana viscosidad en base a una resina epóxica tipo Bisfenol A y un endurecedor tipo amina alifática modificada.																						
<u>APLICACIONES:</u>	Sistema usado para relleno de moldes y laminados en fibra de vidrio gelificando a temperatura ambiente. Para su aplicación en moldes es recomendable usar cargas minerales tales como cuarzo malla 325, 200 o malla 40 usándose las dos primeras para capas intermedias o pequeños espesores de moldes (máximo 20 mm) y la malla 40 para espesores mayores. También puede usarse como relleno carbonato de calcio M325																						
<u>CARACTERÍSTICAS:</u>	<table><tr><th></th><th>RESINA</th><th>ENDURECEDOR</th></tr><tr><td>Viscosidad a 20° C.:</td><td>20 - 30 P.</td><td>0.5 P - 1 P</td></tr><tr><td>Peso específico:</td><td>1.15 gr./c.c.</td><td>1.0 gr./c.c.</td></tr><tr><td>Color Gardner:</td><td>< 2</td><td>< 2</td></tr><tr><td>Proporciones:</td><td>100 P. P.</td><td>16-20 P. P.</td></tr><tr><td>Curado mínimo:</td><td>24 horas a 25° C</td><td></td></tr><tr><td>Tiempo de gelificado:</td><td>110 - 120 min. a 20° C</td><td>20 gr.</td></tr></table>		RESINA	ENDURECEDOR	Viscosidad a 20° C.:	20 - 30 P.	0.5 P - 1 P	Peso específico:	1.15 gr./c.c.	1.0 gr./c.c.	Color Gardner:	< 2	< 2	Proporciones:	100 P. P.	16-20 P. P.	Curado mínimo:	24 horas a 25° C		Tiempo de gelificado:	110 - 120 min. a 20° C	20 gr.	
	RESINA	ENDURECEDOR																					
Viscosidad a 20° C.:	20 - 30 P.	0.5 P - 1 P																					
Peso específico:	1.15 gr./c.c.	1.0 gr./c.c.																					
Color Gardner:	< 2	< 2																					
Proporciones:	100 P. P.	16-20 P. P.																					
Curado mínimo:	24 horas a 25° C																						
Tiempo de gelificado:	110 - 120 min. a 20° C	20 gr.																					
<u>PROPIEDADES:</u>	Después de siete días a 20° C. Temperatura de deflexión: 50 - 60° C Dureza Shore D: 85 - 87																						
<u>PRESENTACIÓN:</u>	El envase original de la resina es de 20 Kg. y el del endurecedor es de 3.5 Kg. y pueden conservarse por 12 meses manteniendo los productos entre 18 - 23 ° C. en lugares secos y teniendo bien cerrados los recipientes.																						
S-8216																							

ANEXO C. Constantes de ingeniería del laminado

Ecuaciones de Módulos Elásticos y relación de <i>Poisson</i> teóricos, de (Nettles, 1994, págs. 41-43)	
Módulo de Young, dirección X	$E_x = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}} * \frac{1}{h}$
Módulo de Young, dirección Y	$E_y = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}} * \frac{1}{h}$
Módulo elástico a cortante, cara X, dirección Y	$G_{xy} = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{11} & B_{12} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}} * \frac{1}{h}$
Relación de Poisson entre deformación en Y a una deformación generada en X, por aplicación de una carga en X	$v_{xy} = - \frac{\begin{vmatrix} A_{12} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}$
Relación de Poisson entre deformación en X a una en Y, por aplicación de una carga en Y	$v_{yx} = - \frac{\begin{vmatrix} A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{16} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}$

ANEXO D. Código iterativo diseñado, implementado en MatLab

```

clear all;
clc;
ef1 = 230000.000000;    %Módulo de Young de la fibra en dirección 1, MPa
ef2 = 23100.000000;    %Módulo de Young de la fibra en dirección 2, MPa
gf12 = 8960.000000;    %Módulo Elástico a cortante de la fibra en dirección 1-2, MPa
nu12 = 0.2;            %Relación de Poisson de la fibra en dirección 1-2
em = 4000.000000;    %Módulo de Young de la matriz, MPa
gm = 1150.000000;    %Módulo Elástico a cortante de la matriz, MPa
num = 0.36;          %Relación de Poisson de la matriz
vf = 0.6;            %Fracción del Volumen de fibra
vm = 0.4;            %Fracción del Volumen de matriz

e1 = ef1*vf + em*vm;    %Módulo de Young de la lámina en dirección 1, MPa
e2 = 1/(vf/ef2 + (1 - vf)/em);    %Módulo de Young de la lámina en dirección 2, MPa
g12 = 1/(vf/gf12 + (1 - vf)/gm);    %Módulo Elástico a cortante de la lámina en dirección 1-2, MPa
nu12 = nu12*vf + num*(1 - vf);    %Relación de Poisson de la lámina en dirección 1-2
nu21 = nu12*e2/e1;    %Relación de Poisson de la lámina en dirección 2-1
epsilonprueba=zeros(75,1);
ex = zeros(75,1);
area = zeros(75,1);
volumenpala = zeros(75,1);
masapala = zeros(75,1);
traccion = zeros(75,1);
nx = zeros(75,1);
momento = zeros(75,1);
contador = 1;
for t = 0.13334:0.13334:10.0005;    %Inicio del proceso iterativo y Espesor del laminado, mm
    i = contador;
    contador = i+1;
    tpp = 0.06667;    %Espesor de la lámina, mm

    q11 = e1/(1 - nu12*nu21);    %MPa
    q12 = nu12*e2/(1 - nu12*nu21);    %MPa
    q22 = e2/(1 - nu12*nu21);    %MPa
    q66 = g12;    %MPa
    Q = [q11 q12 0; q12 q22 0; 0 0 q66]; %Matriz reducida de rigidez, MPa

    theta = 60; %Grados positivos

    q11_ = q11*cosd(theta)^4 + (2*(q12 + 2*q66))*cosd(theta)^2*sind(theta)^2 + q22*sind(theta)^4;
    %MPa
    q12_ = (q11 + q22 - 4*q66)*cosd(theta)^2*sind(theta)^2 + q12*(cosd(theta)^4 + sind(theta)^4);
    %MPa
    q22_ = q11*sind(theta)^4 + (2*(q12 + 2*q66))*cosd(theta)^2*sind(theta)^2 + q22*cosd(theta)^4;
    %MPa
    q16_ = (q11 - q12 - 2*q66)*cosd(theta)^3*sind(theta) + (q12 - q22 + 2*q66)*cosd(theta)*sind(theta)^3;
    %MPa
    q26_ = (q11 - q12 - 2*q66)*sind(theta)^3*cosd(theta) + (q12 - q22 + 2*q66)*sind(theta)*cosd(theta)^3;
    %MPa
    q66_ = (q11 + q22 - 2*q12 - 2*q66)*cosd(theta)^2*sind(theta)^2 + q66*(cosd(theta)^4 + sind(theta)^4);
    %MPa
    Q_ = [q11_ q12_ q16_; q12_ q22_ q26_; q16_ q26_ q66_]; %Matriz de rigidez de lámina ángulo positivo, MPa

    alfa = -60; %Grados negativos

    q11_2 = q11*cosd(alfa)^4 + (2*(q12 + 2*q66))*cosd(alfa)^2*sind(alfa)^2 + q22*sind(alfa)^4;
    %MPa
    q12_2 = (q11 + q22 - 4*q66)*cosd(alfa)^2*sind(alfa)^2 + q12*(cosd(alfa)^4 + sind(alfa)^4);
    %MPa
    q22_2 = q11*sind(alfa)^4 + (2*(q12 + 2*q66))*cosd(alfa)^2*sind(alfa)^2 + q22*cosd(alfa)^4;
    %MPa
    q16_2 = (q11 - q12 - 2*q66)*cosd(alfa)^3*sind(alfa) + (q12 - q22 + 2*q66)*cosd(alfa)*sind(alfa)^3;
    %MPa
    q26_2 = (q11 - q12 - 2*q66)*sind(alfa)^3*cosd(alfa) + (q12 - q22 + 2*q66)*sind(alfa)*cosd(alfa)^3;
    %MPa
    q66_2 = (q11 + q22 - 2*q12 - 2*q66)*cosd(alfa)^2*sind(alfa)^2 + q66*(cosd(alfa)^4 + sind(alfa)^4);
    %MPa
    Q_2 = [q11_2 q12_2 q16_2; q12_2 q22_2 q26_2; q16_2 q26_2 q66_2]; %Matriz de rigidez de lámina ángulo
    negativo, MPa

```

```

a11 = (q11_ + q11_2)*(t/2); %N/mm
a12 = (q12_ + q12_2)*(t/2); %N/mm
a16 = (q16_ + q16_2)*(t/2); %N/mm
a22 = (q22_ + q22_2)*(t/2); %N/mm
a26 = (q26_ + q26_2)*(t/2); %N/mm
a66 = (q66_ + q66_2)*(t/2); %N/mm
A = [a11 a12 a16; a12 a22 a26; a16 a26 a66]; %Matriz extensional de rigidez, N/mm
n = ceil(t/tpp); %Número de capas
m = n/2; %Número de capas encima o debajo del plano medio geométrico
z = m/(2); %Número de parejas de capas encima o debajo del plano medio geométrico

if z>=2
%-----
if(mod(m,2)==0);

    l1 = 0;
    l2 = 0;
    l3 = 0;
    l4 = 0;
    ele = 0;
    for k = 1 : z
        l1 = sum(l1 + q11_2 * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
        l2 = sum(l2 + q11_ * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
        l3 = sum(l3 + q11_ * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
        l4 = sum(l4 + q11_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4);
    end
    b11 = ele;

    d1 = 0;
    d2 = 0;
    d3 = 0;
    d4 = 0;
    de = 0;
    for k = 1 : z
        d1 = sum(d1 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-3)/2)^2));
        d2 = sum(d2 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-1)/2)^2));
        d3 = sum(d3 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
        d4 = sum(d4 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum( 0 + d1+d2+d3+d4);
    end
    d11 = de;

    l1 = 0;
    l2 = 0;
    l3 = 0;
    l4 = 0;
    ele = 0;
    for k = 1 : z
        l1 = sum(l1 + q12_2 * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
        l2 = sum(l2 + q12_ * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
        l3 = sum(l3 + q12_ * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
        l4 = sum(l4 + q12_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4);
    end
    b12 = ele;

    d1 = 0;
    d2 = 0;
    d3 = 0;
    d4 = 0;
    de = 0;
    for k = 1 : z
        d1 = sum(d1 + q12_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-3)/2)^2));
        d2 = sum(d2 + q12_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-1)/2)^2));
        d3 = sum(d3 + q12_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
        d4 = sum(d4 + q12_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum( 0 + d1+d2+d3+d4);
    end
    d12 = de;

```

```

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
ele = 0;
for k = 1 : z
    l1 = sum(l1 + q22_2 * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q22_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q22_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q22_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4);
end
b22 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
de = 0;
for k = 1 : z
    d1 = sum(d1 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum( 0 + d1+d2+d3+d4);
end
d22 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
ele = 0;
for k = 1 : z
    l1 = sum(l1 + q16_2 * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q16_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q16_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q16_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4);
end
b16 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
de = 0;
for k = 1 : z
    d1 = sum(d1 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp*(tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum( 0 + d1+d2+d3+d4);
end
d16 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
ele = 0;
for k = 1 : z
    l1 = sum(l1 + q26_2 * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q26_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q26_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q26_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4);
end
b26 = ele;

```



```

de = 0;
    d5 = d5 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * (((t/(2*tpp))-0.5)^2));
    d6 = d6 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * (((-t)/(2*tpp))+0.5)^2));

for k = 1 : (z-(1/2))
    d1 = sum(d1 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);
end
d11 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
l5 = 0;
l6 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    l1 = sum(l1 + q12_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q12_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q12_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q12_ * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4+l5+l6);
end
b12 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
d5 = 0;
d6 = 0;
de = 0;
for k = 1 : (z-(1/2))
    d1 = sum(d1 + q12_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q12_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q12_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q12_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);
end
d12 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
l5 = 0;
l6 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    l1 = sum(l1 + q22_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q22_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q22_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q22_ * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4+l5+l6);
end
b22 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
d5 = 0;
d6 = 0;
de = 0;
for k = 1 : (z-(1/2))

```



```

d1 = sum(d1 + q22_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
d2 = sum(d2 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
d3 = sum(d3 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
d4 = sum(d4 + q22_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);

end
d22 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
l5 = 0;
l6 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    l1 = sum(l1 + q16_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q16_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q16_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q16_ * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4+l5+l6);
end
b16 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
d5 = 0;
d6 = 0;
de = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    d1 = sum(d1 + q16_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q16_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);
end
d16 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
l5 = 0;
l6 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    l1 = sum(l1 + q26_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q26_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q26_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q26_ * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4+l5+l6);
end
b26 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
d5 = 0;
d6 = 0;
de = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    d1 = sum(d1 + q26_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q26_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q26_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q26_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);

```

```

end
d26 = de;

l1 = 0;
l2 = 0;
l3 = 0;
l4 = 0;
l5 = 0;
l6 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : (z-(1/2))
    l1 = sum(l1 + q66_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l2 = sum(l2 + q66_2 * tpp * (tpp*((4*k)-1)/2));
    l3 = sum(l3 + q66_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    l4 = sum(l4 + q66_ * tpp * (tpp*((-4*k)+1)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l2+l3+l4+l5+l6);
end
b66 = ele;

d1 = 0;
d2 = 0;
d3 = 0;
d4 = 0;
d5 = 0;
d6 = 0;
de = 0;
for k = 1 : (z-(1/2))
    d1 = sum(d1 + q66_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d2 = sum(d2 + q66_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-1)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q66_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    d4 = sum(d4 + q66_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+1)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d2+d3+d4+d5+d6);
end
d66 = de;

end
%-----
else
    z = 1;
    l1 = 0;
    l3 = 0;
    ele = 0;

    for k = 1 : 1
        l1 = sum(l1 + q11_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
        l3 = sum(l3 + q11_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
        ele = sum( 0 + l1+l3);
    end
    b11 = ele;

    d1 = 0;
    d3 = 0;
    de = 0;
    for k = 1 : 1
        d1 = sum(d1 + q11_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
        d3 = sum(d3 + q11_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
        de = sum(0 + d1+d3);
    end
    d11 = de;

    l1 = 0;
    l3 = 0;
    ele = 0;

    for k = 1 : 1
        l1 = sum(l1 + q12_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
        l3 = sum(l3 + q12_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
        ele = sum( 0 + l1+l3);
    end
    b12 = ele;

```

```

d1 = 0;
d3 = 0;
de = 0;
for k = 1 : 1
    d1 = sum(d1 + q12_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2)));
    d3 = sum(d3 + q12_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2)));
    de = sum(0 + d1+d3);
end
d12 = de;

l1 = 0;
l3 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : 1
    l1 = sum(l1 + q22_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l3 = sum(l3 + q22_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l3);
end
b22 = ele;

d1 = 0;
d3 = 0;
de = 0;
for k = 1 : 1
    d1 = sum(d1 + q22_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2)));
    d3 = sum(d3 + q22_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2)));
    de = sum(0 + d1+d3);
end
d22 = de;

l1 = 0;
l3 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : 1
    l1 = sum(l1 + q16_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l3 = sum(l3 + q16_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l3);
end
b16 = ele;

d1 = 0;
d3 = 0;
de = 0;
for k = 1 : 1
    d1 = sum(d1 + q16_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2)));
    d3 = sum(d3 + q16_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2)));
    de = sum(0 + d1+d3);
end
d16 = de;

l1 = 0;
l3 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : 1
    l1 = sum(l1 + q26_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l3 = sum(l3 + q26_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l3);
end
b26 = ele;

d1 = 0;
d3 = 0;
de = 0;
for k = 1 : 1
    d1 = sum(d1 + q26_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2)));
    d3 = sum(d3 + q26_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2)));
    de = sum(0 + d1+d3);

```

```

end
d26 = de;

l1 = 0;
l3 = 0;
ele = 0;

for k = 1 : 1
    l1 = sum(l1 + q66_ * tpp * (tpp*((4*k)-3)/2));
    l3 = sum(l3 + q66_2 * tpp * (tpp*((-4*k)+3)/2));
    ele = sum( 0 + l1+l3);
end
b66 = ele;

d1 = 0;
d3 = 0;
de = 0;
for k = 1 : 1
    d1 = sum(d1 + q66_ * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((4*k)-3)/2)^2));
    d3 = sum(d3 + q66_2 * ( ((tpp^3)/12) + tpp * ((tpp*((-4*k)+3)/2)^2));
    de = sum(0 + d1+d3);
end
d66 = de;

end

B = [b11 b12 b16; b12 b22 b26; b16 b26 b66]; %Matriz de rigidez de acople, N

D = [d11 d12 d16; d12 d22 d26; d16 d26 d66]; %Matriz de rigidez de flexión, N*mm

M1 = [a11 a12 a16 b11 b12 b16;
      a12 a22 a26 b12 b22 b26;
      a16 a26 a66 b16 b26 b66;
      b11 b12 b16 d11 d12 d16;
      b12 b22 b26 d12 d22 d26;
      b16 b26 b66 d16 d26 d66];

M2 = [a22 a26 b12 b22 b26;
      a26 a66 b16 b26 b66;
      b12 b16 d11 d12 d16;
      b22 b26 d12 d22 d26;
      b26 b66 d16 d26 d66];

dm1 = det(M1);
dm2 = det(M2);

ex(i) = (dm1/(dm2*t)); %Módulo de Elasticidad del laminado en la dirección x para cada iteración, MPa

M3 = [a11 a16 b11 b12 b16; a16 a66 b16 b26 b66; b11 b16 d11 d12 d16; b12 b26 d12 d22 d26; b16 b66 d16 d26 d66];
dm3 = det(M3);

ey = (dm1/(dm3*t)); %Módulo de Elasticidad del laminado en la dirección y, MPa

M4 = [a11 a12 b11 b12 b16; a12 a22 b12 b22 b26; b11 b12 d11 d12 d16; b12 b22 d12 d22 d26; b16 b26 d16 d26 d66];
dm4 = det(M4);

gxy = (dm1/(dm4*t)); %Módulo de Elasticidad a Cortante del laminado en la dirección xy, MPa

M5 = [a12 a26 b12 b22 b26; a16 a66 b16 b26 b66; b11 b16 d11 d12 d16; b12 b26 d12 d22 d26; b16 b66 d16 d26 d66];
dm5 = det(M5);

nuxy = (-dm5)/dm2; %Relación de Poisson del laminado en la dirección xy

M6 = [a12 a16 b11 b12 b16; a16 a66 b16 b26 b66; b12 b16 d11 d12 d16; b22 b26 d12 d22 d26; b16 b66 d16 d26 d66];
M7 = [a11 a16 b12 b22 b26; a16 a66 b16 b26 b66; b11 b16 d11 d12 d16; b12 b26 d12 d22 d26; b16 b66 d16 d26 d66];
dm6 = det(M6);

```

```

dm7 = det(M7);

nuyx = (-dm6)/dm7; %Relación de Poisson del laminado en la dirección yx

%Matrices parcialmente invertidas
Aasterisco = inv(A); %mm/N
Basterisco = (-Aasterisco)*B; %mm
Casterisco = B*Aasterisco; %mm
Dasterisco = D - (B*Aasterisco*B); %N*mm
Dinvast = inv(Dasterisco); %1/(N*mm)

%Matrices inversas
Aprim = Aasterisco - (Basterisco*Dinvast*Casterisco); %mm/N
Bprim = Basterisco*Dinvast; %1/N
Cprim = (-Dinvast)*Casterisco; %1/N
Dprim = inv(Dasterisco); %1/(N*mm)

%Hallando el área de la sección transversal de la pala
R = 18;
h = 112;
b = 10;
area(i) = ( ( ( pi*R^2)-(pi*(R-t)^2) )/2 ) + (h*t*2) + (b*t) ); %mm^2
volumenpala(i) = area(i)*300; %mm^3
beta = 4.5; %Ángulo de conicidad, grados
betarad = beta*pi/180; %Ángulo de conicidad en radianes
pesohelicoptero = 6.6*9.81; %N
radiopala = 300; %mm
excentricidad = 50; %mm
coefexcentricidad = excentricidad/radiopala;
omega = 191.7; %Velocidad angular, rad/s
densidadmatriz = 1.25; %Densidad de la matriz, g/cm^3
densidadfibra = 1.8; %Densidad de la fibra, g/cm^3
densidadcompuesto = (vf*(densidadfibra - densidadmatriz))+densidadmatriz; %Densidad del compuesto, g/cm^3
masapala(i) = (densidadcompuesto*volumenpala(i))/1000000; %Masa de la pala, kg
traccion(i) = ( ((masapala(i)*(omega^2)*radiopala*(1-(coefexcentricidad)^2))/2000) ); %Fuerza de
tracción, N
nx(i) = (traccion(i)*t)/área(i); %Esfuerzo resultante por unidad de longitud, N*mm

momento(i) = (( ((masapala(i)*betarad*(omega^2)*(radiopala^2))/3000 )*(1 - (coefexcentricidad^3)) ))/t;
%Momento por unidad de long, N

Mconstitutiva = [ (Aprim(1,1)) (Aprim(1,2)) (Aprim(1,3)) (Bprim(1,1)) (Bprim(1,2)) (Bprim(1,3));
(Aprim(1,2)) (Aprim(2,2)) (Aprim(2,3)) (Bprim(1,2)) (Bprim(2,2)) (Bprim(2,3));
(Aprim(1,3)) (Aprim(2,3)) (Aprim(3,3)) (Bprim(1,3)) (Bprim(2,3)) (Bprim(3,3));
(Cprim(1,1)) (Cprim(1,2)) (Cprim(1,3)) (Dprim(1,1)) (Dprim(1,2)) (Dprim(1,3));
(Cprim(1,2)) (Cprim(2,2)) (Cprim(2,3)) (Dprim(1,2)) (Dprim(2,2)) (Dprim(2,3));
(Cprim(1,3)) (Cprim(2,3)) (Cprim(3,3)) (Dprim(1,3)) (Dprim(2,3)) (Dprim(3,3))];

Mesfuerzoresultante = [ (nx(i)); 0; 0; 0; (momento(i)); 0];

Mdeformaciones = Mconstitutiva*Mesfuerzoresultante;

epsilonxprueba(i) = Mdeformaciones(1,1); %Deformaciones del plano medio geométrico del laminado en
dirección x, para cada iteración

Mconstithallaesf = [ (A(1,1)) (A(1,2)) (A(1,3)) (B(1,1)) (B(1,2)) (B(1,3));
(A(1,2)) (A(2,2)) (A(2,3)) (B(1,2)) (B(2,2)) (B(2,3));
(A(1,3)) (A(2,3)) (A(3,3)) (B(1,3)) (B(2,3)) (B(3,3));
(B(1,1)) (B(1,2)) (B(1,3)) (D(1,1)) (D(1,2)) (D(1,3));
(B(1,2)) (B(2,2)) (B(2,3)) (D(1,2)) (D(2,2)) (D(2,3));
(B(1,3)) (B(2,3)) (B(3,3)) (D(1,3)) (D(2,3)) (D(3,3))]; %Matriz ABD,
implementarla si se desea hallar esfuerzos
%-----
end %Fin del ciclo iterativo

y = (epsilonxprueba); %Eje X a graficar
t = 0.13334:0.13334:10.0005; %Eje Y a graficar, espesor del laminado para cada iteración
plot (y,t); %Gráfica
grid on;
xlabel('Deformación en dirección x');
ylabel('Espesor');

```

ANEXO E. Características de la pala por número de capas

Pares de Capas (plano medio)	Capas del laminado	Deformaciones, ϵ_x^0 X10-6 (μstrains)	Masa m (kg)	Volumen V (cm³)	Densidad de la pala, ρ (g/cm³)	Fuerza de tracción, T _{FC} (N)	Esfuerzo resultante / und. long, N _x (N/mm)	Momento / und. Long., M _y (N*mm/mm)	Módulo elástico, E _x (GPa)	Esfuerzo, σ _x (MPa)	Momento, M _{FC} (N*mm)	Fuerza de sustentación L			Espesor laminado, t (mm)
												(N)	(kg)	T _{FC} (%)	
1	2	376,293	0,018	11,614	1,580	98,343	0,339	11861,077	6,751	2,540	1581,556	7,029	0,717	7,15	0,13334
2	4	376,059	0,037	23,212	1,580	196,545	0,677	11852,520	6,755	2,540	3160,830	14,048	1,432	7,15	0,26668
3	6	376,022	0,055	34,792	1,580	294,605	1,016	11843,964	6,756	2,540	4737,822	21,057	2,146	7,15	0,40002
4	8	375,978	0,073	46,356	1,580	392,523	1,355	11835,407	6,756	2,540	6312,533	28,056	2,860	7,15	0,53336
5	10	375,976	0,091	57,903	1,580	490,298	1,694	11826,851	6,756	2,540	7884,961	35,044	3,572	7,15	0,6667
6	12	375,974	0,110	69,434	1,580	587,932	2,032	11818,294	6,757	2,540	9455,108	42,023	4,284	7,15	0,80004
7	14	375,973	0,128	80,947	1,580	685,425	2,371	11809,737	6,757	2,540	11022,973	48,991	4,994	7,15	0,93338
8	16	375,972	0,146	92,444	1,580	782,775	2,710	11801,181	6,757	2,540	12588,556	55,949	5,703	7,15	1,06672
9	18	375,972	0,164	103,924	1,580	879,983	3,048	11792,624	6,757	2,540	14151,857	62,897	6,412	7,15	1,20006
10	20	375,971	0,182	115,387	1,580	977,050	3,387	11784,068	6,757	2,540	15712,876	69,835	7,119	7,15	1,3334
11	22	375,971	0,200	126,834	1,580	1073,974	3,726	11775,511	6,757	2,540	17271,613	76,763	7,825	7,15	1,46674
12	24	375,971	0,218	138,264	1,580	1170,757	4,065	11766,955	6,757	2,540	18828,069	83,680	8,530	7,15	1,60008
13	26	375,971	0,236	149,677	1,580	1267,398	4,403	11758,398	6,757	2,540	20382,242	90,588	9,234	7,15	1,73342
14	28	375,971	0,254	161,073	1,580	1363,897	4,742	11749,842	6,757	2,540	21934,134	97,485	9,937	7,15	1,86676
15	30	375,971	0,272	172,453	1,580	1460,254	5,081	11741,285	6,757	2,540	23483,744	104,372	10,639	7,15	2,0001
16	32	375,971	0,290	183,816	1,580	1556,469	5,420	11732,728	6,757	2,540	25031,072	111,249	11,340	7,15	2,13344
17	34	375,971	0,308	195,162	1,580	1652,542	5,758	11724,172	6,757	2,540	26576,118	118,116	12,040	7,15	2,26678
18	36	375,971	0,326	206,491	1,580	1748,473	6,097	11715,615	6,757	2,540	28118,883	124,973	12,739	7,15	2,40012
19	38	375,971	0,344	217,803	1,580	1844,263	6,436	11707,059	6,757	2,540	29659,365	131,819	13,437	7,15	2,53346
20	40	375,970	0,362	229,099	1,580	1939,910	6,774	11698,502	6,757	2,540	31197,566	138,656	14,134	7,15	2,6668
21	42	375,970	0,380	240,378	1,580	2035,416	7,113	11689,946	6,757	2,540	32733,485	145,482	14,830	7,15	2,80014
22	44	375,970	0,398	251,640		2130,780	7,452	11681,389	6,757	2,540	34267,121	152,298	15,525	7,15	2,93348

Pares de Capas (plano medio)	Capas del laminado	Deformaciones, ϵ_x^0 X10-6 (μ strains)	Masa m (kg)	Volumen V (cm³)	Densidad de la pala, ρ (g/cm³)	Fuerza de tracción, T _{FC} (N)	Esfuerzo resultante / und. long, N _x (N/mm)	Momento / und. Long., M _y (N*mm/mm)	Módulo elástico, E _x (GPa)	Esfuerzo, σ_x (MPa)	Momento, M _{FC} (N*mm)	Fuerza de sustentación L			Espesor laminado, t (mm)
												(N)	(kg)	T _{FC} (%)	
23	46	375,970	0,415	262,886	1,580	2226,002	7,791	11672,833	6,757	2,540	35798,476	159,104	16,219	7,15	3,06682
24	48	375,970	0,433	274,115	1,580	2321,082	8,129	11664,276	6,757	2,540	37327,550	165,900	16,911	7,15	3,20016
25	50	375,970	0,451	285,327	1,580	2416,020	8,468	11655,719	6,757	2,540	38854,341	172,686	17,603	7,15	3,3335
26	52	375,970	0,469	296,522	1,580	2510,816	8,807	11647,163	6,757	2,540	40378,850	179,462	18,294	7,15	3,46684
27	54	375,970	0,486	307,700	1,580	2605,470	9,145	11638,606	6,757	2,540	41901,078	186,227	18,983	7,15	3,60018
28	56	375,970	0,504	318,862	1,580	2699,983	9,484	11630,050	6,757	2,540	43421,024	192,982	19,672	7,15	3,73352
29	58	375,970	0,521	330,007	1,580	2794,353	9,823	11621,493	6,757	2,540	44938,688	199,728	20,360	7,15	3,86686
30	60	375,970	0,539	341,135	1,580	2888,582	10,162	11612,937	6,757	2,540	46454,070	206,463	21,046	7,15	4,0002
31	62	375,970	0,557	352,247	1,580	2982,669	10,500	11604,380	6,757	2,540	47967,170	213,187	21,732	7,15	4,13354
32	64	375,970	0,574	363,341	1,580	3076,614	10,839	11595,824	6,757	2,540	49477,988	219,902	22,416	7,15	4,26688
33	66	375,970	0,592	374,419	1,580	3170,417	11,178	11587,267	6,757	2,540	50986,524	226,607	23,100	7,15	4,40022
34	68	375,970	0,609	385,480	1,580	3264,078	11,516	11578,711	6,757	2,540	52492,779	233,301	23,782	7,15	4,53356
35	70	375,970	0,627	396,525	1,580	3357,597	11,855	11570,154	6,757	2,540	53996,752	239,986	24,463	7,15	4,6669
36	72	375,970	0,644	407,553	1,580	3450,975	12,194	11561,597	6,757	2,540	55498,442	246,660	25,144	7,15	4,80024
37	74	375,970	0,661	418,563	1,580	3544,210	12,533	11553,041	6,757	2,540	56997,851	253,324	25,823	7,15	4,93358
38	76	375,970	0,679	429,558	1,580	3637,304	12,871	11544,484	6,757	2,540	58494,979	259,978	26,501	7,15	5,06692
39	78	375,970	0,696	440,535	1,580	3730,255	13,210	11535,928	6,757	2,540	59989,824	266,621	27,179	7,15	5,20026
40	80	375,970	0,713	451,496	1,580	3823,065	13,549	11527,371	6,757	2,540	61482,387	273,255	27,855	7,15	5,3336
41	82	375,970	0,731	462,440	1,580	3915,733	13,887	11518,815	6,757	2,540	62972,669	279,879	28,530	7,15	5,46694
42	84	375,970	0,748	473,367	1,580	4008,259	14,226	11510,258	6,757	2,540	64460,668	286,492	29,204	7,15	5,60028
43	86	375,970	0,765	484,277	1,580	4100,643	14,565	11501,702	6,757	2,540	65946,386	293,095	29,877	7,15	5,73362
44	88	375,970	0,782	495,171	1,580	4192,885	14,904	11493,145	6,757	2,540	67429,822	299,688	30,549	7,15	5,86696
45	90	375,970	0,800	506,047	1,580	4284,986	15,242	11484,588	6,757	2,540	68910,976	306,271	31,220	7,15	6,0003

Pares de Capas (plano medio)	Capas del laminado	Deformaciones, ϵ_x^0 X10-6 (μ strains)	Masa m (kg)	Volumen V (cm³)	Densidad de la pala, ρ (g/cm³)	Fuerza de tracción, T _{FC} (N)	Esfuerzo resultante / und. long, N _x (N/mm)	Momento / und. Long., M _y (N*mm/mm)	Módulo elástico, E _x (GPa)	Esfuerzo, σ_x (MPa)	Momento, M _{FC} (N*mm)	Fuerza de sustentación L			Espesor laminado, t (mm)
												(N)	(kg)	T _{FC} (%)	
46	92	375,970	0,817	516,908	1,580	4376,944	15,581	11476,032	6,757	2,540	70389,848	312,844	31,890	7,15	6,13364
47	94	375,970	0,834	527,751	1,580	4468,761	15,920	11467,475	6,757	2,540	71866,439	319,406	32,559	7,15	6,26698
48	96	375,970	0,851	538,577	1,580	4560,435	16,259	11458,919	6,757	2,540	73340,747	325,959	33,227	7,15	6,40032
49	98	375,970	0,868	549,387	1,580	4651,968	16,597	11450,362	6,757	2,540	74812,774	332,501	33,894	7,15	6,53366
50	100	375,970	0,885	560,180	1,580	4743,359	16,936	11441,806	6,757	2,540	76282,519	339,033	34,560	7,15	6,667
51	102	375,970	0,902	570,957	1,580	4834,608	17,275	11433,249	6,757	2,540	77749,982	345,555	35,225	7,15	6,80034
52	104	375,970	0,919	581,716	1,580	4925,715	17,613	11424,693	6,757	2,540	79215,163	352,067	35,889	7,15	6,93368
53	106	375,970	0,936	592,459	1,580	5016,680	17,952	11416,136	6,757	2,540	80678,062	358,569	36,551	7,15	7,06702
54	108	375,970	0,953	603,185	1,580	5107,504	18,291	11407,580	6,757	2,540	82138,679	365,061	37,213	7,15	7,20036
55	110	375,970	0,970	613,894	1,580	5198,185	18,630	11399,023	6,757	2,540	83597,015	371,542	37,874	7,15	7,3337
56	112	375,970	0,987	624,587	1,580	5288,724	18,968	11390,466	6,757	2,540	85053,068	378,014	38,534	7,15	7,46704
57	114	375,970	1,004	635,263	1,580	5379,122	19,307	11381,910	6,757	2,540	86506,840	384,475	39,192	7,15	7,60038
58	116	375,970	1,021	645,922	1,580	5469,378	19,646	11373,353	6,757	2,540	87958,330	390,926	39,850	7,15	7,73372
59	118	375,970	1,037	656,564	1,580	5559,492	19,984	11364,797	6,757	2,540	89407,538	397,367	40,506	7,15	7,86706
60	120	375,970	1,054	667,189	1,580	5649,464	20,323	11356,240	6,757	2,540	90854,464	403,798	41,162	7,15	8,0004
61	122	375,970	1,071	677,798	1,580	5739,294	20,662	11347,684	6,757	2,540	92299,108	410,218	41,816	7,15	8,13374
62	124	375,970	1,088	688,390	1,580	5828,982	21,001	11339,127	6,757	2,540	93741,471	416,629	42,470	7,15	8,26708
63	126	375,970	1,104	698,965	1,580	5918,528	21,339	11330,571	6,757	2,540	95181,551	423,029	43,122	7,15	8,40042
64	128	375,970	1,121	709,524	1,580	6007,933	21,678	11322,014	6,757	2,540	96619,350	429,419	43,774	7,15	8,53376
65	130	375,970	1,138	720,065	1,580	6097,195	22,017	11313,457	6,757	2,540	98054,867	435,799	44,424	7,15	8,6671
66	132	375,970	1,154	730,590	1,580	6186,316	22,355	11304,901	6,757	2,540	99488,102	442,169	45,073	7,15	8,80044
67	134	375,970	1,171	741,099	1,580	6275,295	22,694	11296,344	6,757	2,540	100919,055	448,529	45,722	7,15	8,93378
68	136	375,970	1,188	751,590	1,580	6364,132	23,033	11287,788	6,757	2,540	102347,727	454,879	46,369	7,15	9,06712

Pares de Capas (plano medio)	Capas del laminado	Deformaciones, ε_x^0 X10-6 (μstrains)	Masa m (kg)	Volumen V (cm³)	Densidad de la pala, ρ (g/cm³)	Fuerza de tracción, T _{FC} (N)	Esfuerzo resultante / und. long, N _x (N/mm)	Momento / und. Long., M _y (N°mm/mm)	Módulo elástico, E _x (GPa)	Esfuerzo, σ _x (MPa)	Momento, M _{FC} (N°mm)	Fuerza de sustentación L			Espesor laminado, t (mm)
												(N)	(kg)	T _{FC} (%)	
69	138	375,970	1,204	762,065	1,580	6452,827	23,372	11279,231	6,757	2,540	103774,116	461,218	47,015	7,15	9,20046
70	140	375,970	1,221	772,523	1,580	6541,380	23,710	11270,675	6,757	2,540	105198,223	467,548	47,660	7,15	9,3338
71	142	375,970	1,237	782,964	1,580	6629,791	24,049	11262,118	6,757	2,540	106620,049	473,867	48,304	7,15	9,46714
72	144	375,970	1,254	793,388	1,580	6718,060	24,388	11253,562	6,757	2,540	108039,593	480,176	48,948	7,15	9,60048
73	146	375,970	1,270	803,796	1,580	6806,188	24,727	11245,005	6,757	2,540	109456,855	486,475	49,590	7,15	9,73382
74	148	375,970	1,286	814,187	1,580	6894,173	25,065	11236,448	6,757	2,540	110871,835	492,764	50,231	7,15	9,86716
75	150	375,970	1,303	824,561	1,580	6982,017	25,404	11227,892	6,757	2,540	112284,533	499,042	50,871	7,15	10,0005

Nota: T_{FC} , es la tracción por las fuerzas centrífugas

ANEXO F. Características de la pala

Símbolo	Nombre	Valor	Unidad
“Perfil alar”	NACA 0012	-	-
c	Cuerda	130	mm
t_c	Espesor del perfil	15.6	mm
σ_{sr}	Solidez del rotor	0.12	-
R	Longitud de la pala	300	mm
eR	Excentricidad de la pala	0.05	m
e	Coefficiente de excentricidad	0.017	-
Ω	Velocidad angular del rotor	191.7	rad/s
W	Masa máxima al despegue del UAV	6.6	kg
β	Ángulo de cono	0.0785	rad
t	Espesor del laminado	1.3334	mm
t_{pp}	Espesor de la lámina	0.06667	mm
t_f	Espesor de la fibra (o hilo de fibras)	0.04	mm
n	Número de capas	20	-
m	Número de capas encima o debajo del plano medio geométrico	10	-
z	Número de pares encima o debajo del plano medio geométrico	5	-
+θ	Ángulo de capa, positivo	+60	grados
-θ	Ángulo de capa, negativo	-60	grados
%fibra	Fracción de volumen de fibra	0.6	-
%r/e	Fracción de volumen de matriz	0.4	-
M	Masa de la pala	0.18231	kg
T_{FC}	Tracción por fuerzas centrífugas	977.05	N
M_{FC}	Momento por fuerzas centrífugas	15712.88	Nmm
ρ_m	Densidad de la matriz	1.25	g/cm ³
ρ_f	Densidad de la fibra	1.80	g/cm ³

Símbolo	Nombre	Valor	Unidad
ρ_c	Densidad del laminado	1.58	g/cm ³
E_1^f	Módulo de Young de la fibra, dirección 1	230	GPa
E_2^f	Módulo de Young de la fibra, dirección 2	23.1	GPa
G_{12}^f	Módulo elástico a cortante de la fibra, dirección 1-2	8.96	GPa
ν_{12}^f	Relación de <i>Poisson</i> de la fibra, dirección 1-2	0.2	-
E^m	Módulo elástico de la matriz	4	GPa
G^m	Módulo elástico a cortante de la matriz	1.15	GPa
ν^m	Relación de <i>Poisson</i> de la matriz	0.36	-
E^1	Módulo de Young de la lámina, dirección 1	139.6	GPa
E^2	Módulo de Young de la lámina, dirección 2	7.94	GPa
G^{12}	Módulo elástico a cortante de la lámina, dirección 1-2	2.41	GPa
ν^{12}	Relación de <i>Poisson</i> de la lámina, dirección 1-2	0.264	-
ν^{21}	Relación de <i>Poisson</i> de la lámina, dirección 2-1	0.015	-
Área	Área de la sección transversal de la pala	384.63	mm ²
V	Volumen de la pala	115390	mm ³
σ_x	Esfuerzo debido a tracción sobre la pala	2.54	MPa
N_x	Esfuerzo	3,39	Nmm

Símbolo	Nombre	Valor	Unidad
	resultante por unidad de longitud		
My	Momento por unidad de longitud	11784.07	$\frac{N \cdot mm}{mm}$
L	Fuerza de sustentación	69.84	N
Q	Matriz reducida de rigidez	$\begin{bmatrix} 140155,46 & 2104,01 & 0 \\ 2104,01 & 7969,73 & 0 \\ 0 & 0 & 2410,86 \end{bmatrix}$	MPa
$\overline{Q^{+\theta}}$	Matriz de rigidez de lámina, ángulo positivo	$\begin{bmatrix} 15839,83 & 27280,33 & 14083,49 \\ 27280,33 & 81932,69 & 43154,61 \\ 14083,49 & 43154,61 & 27587,18 \end{bmatrix}$	MPa
$\overline{Q^{-\theta}}$	Matriz de rigidez de lámina, ángulo negativo	$\begin{bmatrix} 15839,83 & 27280,33 & -14083,49 \\ 27280,33 & 81932,69 & -43154,61 \\ -14083,49 & -43154,61 & 27587,18 \end{bmatrix}$	MPa
A	Matriz extensional de rigidez	$\begin{bmatrix} 21120,84 & 36375,59 & 0 \\ 36375,59 & 109249,06 & 0 \\ 0 & 0 & 36784,75 \end{bmatrix}$	$\frac{N}{mm}$
B	Matriz de rigidez de acople	$\begin{bmatrix} 0 & -4,5475 * 10^{-13} & 625,99 \\ -4,5475 * 10^{-13} & 1,8190 * 10^{-12} & 1918,17 \\ 625,99 & 1918,17 & 0 \end{bmatrix}$	N
D	Matriz de rigidez de flexión	$\begin{bmatrix} 3129,32 & 5389,51 & 0 \\ 5389,51 & 16186,66 & 0 \\ 0 & 0 & 5450,13 \end{bmatrix}$	Nmm
A*	Matriz parcialmente inversa de A	$\begin{bmatrix} 0,0001109 & -3,6958 * 10^{-5} & 0 \\ -3,6958 * 10^{-5} & 2,1459 * 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 2,7185 * 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\frac{mm}{N}$
B*	Matriz parcialmente inversa de B	$\begin{bmatrix} -1,6806 * 10^{-17} & 1,1770 * 10^{-16} & 0,0014 \\ 9,7584 * 10^{-18} & -5,5839 * 10^{-17} & -0,0180 \\ -0,0170 & -0,0521 & 0 \end{bmatrix}$	mm
C*	Matriz parcialmente inversa C*	$\begin{bmatrix} 1,6806 * 10^{-17} & -9,7584 * 10^{-18} & 0,0170 \\ -1,1770 * 10^{-16} & 5,5839 * 10^{-17} & 0,0521 \\ -0,0014 & 0,0180 & 0 \end{bmatrix}$	mm
D*	Matriz parcialmente inversa de D	$\begin{bmatrix} 3118,67 & 5356,87 & 8,1975 * 10^{-15} \\ 5356,87 & 16086,63 & -3,3429 * 10^{-14} \\ 8,1975 * 10^{-15} & -3,3429 * 10^{-14} & 5416,44 \end{bmatrix}$	Nmm
A'	Matriz inversa de A	$\begin{bmatrix} 0,00011 & -3,6962 * 10^{-5} & -3,9612 * 10^{-22} \\ -3,6962 * 10^{-5} & 2,1519 * 10^{-5} & 1,8875 * 10^{-22} \\ -3,9612 * 10^{-22} & 1,8875 * 10^{-22} & 2,7354 * 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\frac{mm}{N}$
B'	Matriz inversa de B	$\begin{bmatrix} -4,1958 * 10^{-20} & 2,1289 * 10^{-20} & 2,5986 * 10^{-7} \\ 2,1289 * 10^{-20} & -1,0567 * 10^{-20} & -3,3281 * 10^{-6} \\ 2,5986 * 10^{-7} & -3,3281 * 10^{-6} & -2,0934 * 10^{-23} \end{bmatrix}$	1/N
C'	Matriz inversa de C	$\begin{bmatrix} -4,1958 * 10^{-20} & 2,1289 * 10^{-20} & 2,5986 * 10^{-7} \\ 2,1289 * 10^{-20} & -1,0567 * 10^{-20} & -3,3281 * 10^{-6} \\ 2,5986 * 10^{-7} & -3,3281 * 10^{-6} & -2,0934 * 10^{-23} \end{bmatrix}$	1/N
D'	Matriz inversa de D	$\begin{bmatrix} 7,4916 * 10^{-4} & -2,4947 * 10^{-4} & -2,6735 * 10^{-21} \\ -2,4947 * 10^{-4} & 1,4524 * 10^{-4} & 1,2740 * 10^{-21} \\ -2,6735 * 10^{-21} & 1,2740 * 10^{-21} & 1,8462 * 10^{-4} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Nmm}$
ABD	Matriz de rigidez del laminado	$\begin{bmatrix} 21120,84 & 36375,59 & 0 & 0 & -4,5475 * 10^{-13} & 625,99 \\ 36375,59 & 109249,06 & 0 & -4,5475 * 10^{-13} & 1,8190 * 10^{-12} & 1918,17 \\ 0 & 0 & 36784,75 & 625,99 & 1918,17 & 0 \\ 0 & -4,5475 * 10^{-13} & 625,99 & 3129,32 & 5389,51 & 0 \\ -4,5475 * 10^{-13} & 1,8190 * 10^{-12} & 1918,17 & 5389,51 & 16186,66 & 0 \\ 625,99 & 1918,17 & 0 & 0 & 0 & 5450,13 \end{bmatrix}$	Varias

Símbolo	Nombre	Valor	Unidad
ABCD'	Matriz de rigidez inversa	$\begin{bmatrix} 0,00011 & -3,6962 * 10^{-5} & -3,9612 * 10^{-22} & -4,1958 * 10^{-20} & 2,1289 * 10^{-20} & 2,5986 * 10^{-7} \\ -3,6962 * 10^{-5} & 2,1519 * 10^{-5} & 1,8875 * 10^{-22} & 2,1289 * 10^{-20} & -1,0567 * 10^{-20} & -3,3281 * 10^{-6} \\ -3,9612 * 10^{-22} & 1,8875 * 10^{-22} & 2,7354 * 10^{-5} & 2,5986 * 10^{-7} & -3,3281 * 10^{-6} & -2,0934 * 10^{-23} \\ -4,1958 * 10^{-20} & 2,1289 * 10^{-20} & 2,5986 * 10^{-7} & 7,4916 * 10^{-4} & -2,4947 * 10^{-4} & -2,6735 * 10^{-21} \\ 2,1289 * 10^{-20} & -1,0567 * 10^{-20} & -3,3281 * 10^{-6} & -2,4947 * 10^{-4} & 1,4524 * 10^{-4} & 1,2740 * 10^{-21} \\ 2,5986 * 10^{-7} & -3,3281 * 10^{-6} & -2,0934 * 10^{-23} & -2,6735 * 10^{-21} & 1,2740 * 10^{-21} & 1,8462 * 10^{-4} \end{bmatrix}$	Varias
$\underline{\sigma}$	Tensor esfuerzos y momentos	$\begin{bmatrix} 3,39 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 11784,07 \\ 0 \end{bmatrix}$	Varias
$\underline{\varepsilon}$	Tensor deformaciones y curvaturas	$\begin{bmatrix} 375,97 \\ -125,19 \\ -0,0392 \\ -2,94 \\ 1,71 \\ 8,8018 * 10^{-07} \end{bmatrix}$	Varias
E_x	Módulo de Young, dirección x	6,75654	GPa
E_y	Módulo de Young, dirección y	34,8514	GPa
G_{xy}	Módulo elástico a cortante, plano xy	27,4166	GPa
ν_{xy}	Relación de <i>Poisson</i> , entre deformaciones de plano y e x	-0,33300	-

Símbolo	Nombre	Valor	Unidad
ν_{yx}	Relación de <i>Poisson</i> , entre deformaciones de plano x e y	-1,73697	-

ANEXO G. Valores calculados de deformaciones y esfuerzos

Plano	z (mm)	ángulo	ϵ_x	ϵ_y	γ_{xy}	ϵ_1	ϵ_2	γ_{12}	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	τ_{12} (MPa)
Capa 1 (sup)	0,66670	60	-1,960	1,141	-0,039	0,332	-1,150	2,705	-466,934	38328,685	20556,566	46432,289	-8570,537	23319,7088
Capa 1 (inf)	0,60003	60	-1,764	1,027	-0,039	0,295	-1,032	2,436	-475,220	34326,571	18392,705	41554,673	-7703,322	20942,8818
Capa 2 (sup)	0,60003	-60	-1,764	1,027	-0,039	0,363	-1,100	-2,397	629,434	37711,447	-20556,534	46243,425	-7902,544	-21835,6987
Capa 2 (inf)	0,53336	-60	-1,568	0,913	-0,039	0,327	-0,981	-2,128	621,149	33709,337	-18392,677	41365,816	-7035,330	-19458,873
Capa 3 (sup)	0,53336	60	-1,568	0,913	-0,039	0,259	-0,914	2,168	-483,506	30324,456	16228,845	36677,058	-6836,107	18566,0548
Capa 3 (inf)	0,46669	60	-1,372	0,799	-0,039	0,222	-0,795	1,899	-491,792	26322,341	14064,985	31799,442	-5968,893	16189,2278
Capa 4 (sup)	0,46669	-60	-1,372	0,799	-0,039	0,290	-0,863	-1,860	612,865	29707,228	-16228,820	36488,208	-6168,115	-17082,0473
Capa 4 (inf)	0,40002	-60	-1,176	0,685	-0,039	0,253	-0,745	-1,591	604,580	25705,118	-14064,963	31610,599	-5300,901	-14705,2217
Capa 5 (sup)	0,40002	60	-1,176	0,685	-0,039	0,186	-0,677	1,631	-500,078	22320,226	11901,125	26921,826	-5101,678	13812,4008
Capa 5 (inf)	0,33335	60	-0,980	0,570	-0,039	0,149	-0,558	1,362	-508,364	18318,112	9737,264	22044,211	-4234,463	11435,5738
Capa 6 (sup)	0,33335	-60	-0,980	0,570	-0,039	0,217	-0,626	-1,323	596,296	21703,008	-11901,106	26732,991	-4433,686	-12328,396
Capa 6 (inf)	0,26668	-60	-0,784	0,456	-0,039	0,180	-0,508	-1,054	588,011	17700,899	-9737,249	21855,382	-3566,472	-9951,57037
Capa 7 (sup)	0,26668	60	-0,784	0,456	-0,039	0,112	-0,440	1,093	-516,650	14315,997	7573,404	17166,595	-3367,249	9058,74681
Capa 7 (inf)	0,20001	60	-0,588	0,342	-0,039	0,076	-0,321	0,825	-524,936	10313,882	5409,544	12288,980	-2500,034	6681,91982
Capa 8 (sup)	0,20001	-60	-0,588	0,342	-0,039	0,144	-0,389	-0,786	579,727	13698,789	-7573,392	16977,773	-2699,258	-7574,74471
Capa 8 (inf)	0,13334	-60	-0,392	0,228	-0,039	0,107	-0,271	-0,517	571,443	9696,679	-5409,535	12100,165	-1832,043	-5197,91905
Capa 9 (sup)	0,13334	60	-0,392	0,228	-0,039	0,039	-0,203	0,556	-533,222	6311,767	3245,684	7411,364	-1632,819	4305,09283
Capa 9 (inf)	0,06667	60	-0,196	0,114	-0,039	0,003	-0,084	0,288	-541,508	2309,652	1081,823	2533,749	-765,604	1928,26583
Capa 10 (sup)	0,06667	-60	-0,196	0,114	-0,039	0,071	-0,152	-0,249	563,158	5694,569	-3245,678	7222,556	-964,829	-2821,09339
Capa 10 (inf)	0	-60	0,000	0,000	-0,039	0,034	-0,034	0,020	554,874	1692,460	-1081,821	2344,948	-97,614	-444,267736
Capa 11 (sup)	0	60	0,000	0,000	-0,039	-0,034	0,034	0,019	-549,794	-1692,462	-1082,037	-2343,867	101,610	-448,56116
Capa 11 (inf)	-0,06667	60	0,196	-0,114	-0,039	-0,071	0,153	-0,249	-558,080	-5694,577	-3245,897	-7221,482	968,825	-2825,38815
Capa 12 (sup)	-0,06667	-60	0,196	-0,114	-0,039	-0,003	0,085	0,289	546,589	-2309,650	1082,036	-2532,661	769,600	1932,55792
Capa 12 (inf)	-0,13334	-60	0,392	-0,228	-0,039	-0,039	0,203	0,557	538,305	-6311,760	3245,893	-7410,269	1636,815	4309,38358
Capa 13 (sup)	-0,13334	60	0,392	-0,228	-0,039	-0,107	0,271	-0,518	-566,366	-9696,692	-5409,758	-12099,098	1836,040	-5202,21515
Capa 13 (inf)	-0,20001	60	0,588	-0,342	-0,039	-0,144	0,390	-0,786	-574,652	-13698,807	-7573,618	-16976,713	2703,254	-7579,04214
Capa 14 (sup)	-0,20001	-60	0,588	-0,342	-0,039	-0,076	0,32 2	0,826	530,021	-10313,869	5409,750	-12287,878	2504,029	6686,20924

Plano	z (mm)	ángulo	ε_x	ε_y	γ_{xy}	ε_1	ε_2	γ_{12}	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	τ_{12} (MPa)
Capa 14 (inf)	-0,26668	-60	0,784	-0,457	-0,039	-0,112	0,440	1,094	521,736	-14315,979	7573,607	-17165,486	3371,243	9063,03489
Capa 15 (sup)	-0,26668	60	0,784	-0,457	-0,039	-0,180	0,508	-1,055	-582,938	-17700,921	-9737,478	-21854,329	3570,469	-9955,86913
Capa 15 (inf)	-0,33335	60	0,980	-0,571	-0,039	-0,217	0,627	-1,324	-591,224	-21703,036	-11901,338	-26731,945	4437,684	-12332,6961
Capa 16 (sup)	-0,33335	-60	0,980	-0,571	-0,039	-0,149	0,559	1,363	513,452	-18318,089	9737,464	-22043,095	4238,458	11439,8606
Capa 16 (inf)	-0,40002	-60	1,176	-0,685	-0,039	-0,186	0,677	1,631	505,167	-22320,198	11901,321	-26920,703	5105,672	13816,6862
Capa 17 (sup)	-0,40002	60	1,176	-0,685	-0,039	-0,253	0,745	-1,592	-599,510	-25705,151	-14065,199	-31609,560	5304,899	-14709,5231
Capa 17 (inf)	-0,46669	60	1,372	-0,799	-0,039	-0,290	0,864	-1,861	-607,797	-29707,266	-16229,059	-36487,176	6172,113	-17086,3501
Capa 18 (sup)	-0,46669	-60	1,372	-0,799	-0,039	-0,222	0,796	1,900	496,883	-26322,308	14065,178	-31798,312	5972,887	16193,5119
Capa 18 (inf)	-0,53336	-60	1,568	-0,913	-0,039	-0,259	0,914	2,168	488,599	-30324,418	16229,035	-36675,920	6840,101	18570,3375
Capa 19 (sup)	-0,53336	60	1,568	-0,913	-0,039	-0,327	0,982	-2,129	-616,083	-33709,380	-18392,919	-41364,791	7039,328	-19463,1771
Capa 19 (inf)	-0,60003	60	1,764	-1,027	-0,039	-0,363	1,100	-2,398	-624,369	-37711,495	-20556,779	-46242,407	7906,543	-21840,0041
Capa 20 (sup)	-0,60003	-60	1,764	-1,027	-0,039	-0,295	1,033	2,437	480,314	-34326,528	18392,892	-41553,529	7707,315	20947,1632
Capa 20 (inf)	-0,66670	-60	1,960	-1,141	-0,039	-0,332	1,151	2,706	472,030	-38328,637	20556,749	-46431,137	8574,530	23323,9888

$\varepsilon_x^0 =$	0,00037597	$K_x =$	-2,93979204
$\varepsilon_y^0 =$	-0,0001252	$K_y =$	1,71149243
$\gamma_{xy}^0 =$	-0,03921855	$K_{xy} =$	8,80E-07

$\overline{Q^{+\theta}} =$	15839,83	27280,33	14083,49
	27280,33	81932,69	43154,61
	14083,49	43154,61	27587,18

$\overline{Q^{-\theta}} =$	15839,83	27280,33	-14083,49
	27280,33	81932,69	-43154,61
	-14083,49	-43154,61	27587,18

ANEXO H. Longitud requerida a diversos ángulos

Molde	Ángulo	X	Ángulo en radianes	Longitud de trabajo (cm)	X'	Desplazamiento del Carro < 73 cm
80	10	207,00	0,17	346,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	209,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	161,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	136,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	127,00	13,00	0
	50	30,63	0,87	119,44	10,91	0
	60	21,07	1,05	107,14	7,51	0
	70	13,28	1,22	97,11	4,73	0
	80	6,44	1,40	88,29	2,29	0
70	90	0,00	1,57	80,00	0,00	0
	10	207,00	0,17	336,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	199,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	151,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	126,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	117,00	13,00	0
	50	30,63	0,87	109,44	10,91	0
	60	21,07	1,05	97,14	7,51	0
	70	13,28	1,22	87,11	4,73	0
60	80	6,44	1,40	78,29	2,29	0
	90	0,00	1,57	70,00	0,00	OK
	10	207,00	0,17	326,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	189,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	141,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	116,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	107,00	13,00	0
	50	30,63	0,87	99,44	10,91	0
	60	21,07	1,05	87,14	7,51	0
50	70	13,28	1,22	77,11	4,73	0
	80	6,44	1,40	68,29	2,29	OK
	90	0,00	1,57	60,00	0,00	OK
	10	207,00	0,17	316,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	179,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	131,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	106,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	97,00	13,00	0
	50	30,63	0,87	89,44	10,91	0
40	60	21,07	1,05	77,14	7,51	0
	70	13,28	1,22	67,11	4,73	OK
	80	6,44	1,40	58,29	2,29	OK
	90	0,00	1,57	50,00	0,00	OK
	10	207,00	0,17	306,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	169,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	121,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	96,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	87,00	13,00	0
30	50	30,63	0,87	79,44	10,91	0
	60	21,07	1,05	67,14	7,51	OK
	70	13,28	1,22	57,11	4,73	OK
	80	6,44	1,40	48,29	2,29	OK
	90	0,00	1,57	40,00	0,00	OK
	10	207,00	0,17	296,55	73,73	0
	20	100,28	0,35	159,13	35,72	0
	30	63,22	0,52	111,41	22,52	0
	40	43,50	0,70	86,01	15,49	0
	45	36,50	0,79	77,00	13,00	0
	50	30,63	0,87	69,44	10,91	OK
	60	21,07	1,05	57,14	7,51	OK
	70	13,28	1,22	47,11	4,73	OK
	80	6,44	1,40	38,29	2,29	OK
	90	0,00	1,57	30,00	0,00	OK

Nota: Y = Separación brazo-eje + Cuerda/2, donde: Cuerda = 13 cm y Separación brazo-eje = 30 cm